

R5 STACIONÁRNÍ MAGNETICKÉ POLE

R5.1 Částice s nábojem v magnetickém poli

Proud ve vodiči je tvořen nabitými částicemi (elektrony), na které rovněž působí magnetické pole. Magnetickou sílu, jak jsme o ní dosud uvažovali v kap. 5, můžeme vlastně považovat za výslednici sil, které působí na jednotlivé nosiče proudu.

Vyjdeme ze zjednodušeného modelu vodiče délky l , v němž je N volných elektronů. Celkový náboj těchto elektronů je $Q = -eN$. Předpokládejme dále, že se tyto elektrony ve vodiči pohybují rychlostí v ve směru vodiče a vzdálenost l urazí za dobu $t = l/v$. Za tuto dobu tedy projde průřezem vodiče náboj Q , tomu odpovídá proud

$$I = \frac{|Q|}{t} = \frac{Nev}{l}.$$

Dosadíme získaný výsledek do vztahu (5,1) (viz čl. 5.3; předpokládáme, že vodič je kolmý k indukčním čarám) a pro velikost magnetické síly působící na jeden elektron dostaneme

$$F_m = BIl = Bev.$$

Tento vztah ovšem platí nejen pro elektrony ve vodiči, ale i pro částice s nábojem mimo vodiče (elektrony, protony, kladné a záporné ionty atd.).

Směr magnetické síly závisí na náboji částice. V případě, že částice má kladný náboj, použijeme k určení směru magnetické síly Flemingovo pravidlo levé ruky (viz čl. 5.3 – směr proudu nahradíme směrem rychlosti částice). Když má částice záporný náboj (např. elektron), je směr magnetické síly opačný.

Na obr. R5-1 je pokusné zařízení (Wehneltova trubice), které umožňuje pozorovat pohyb volných elektronů v magnetickém poli. Videoexperiment s Wehneltovou trubicí je na CD  **V6**. Do skleněné baňky naplněné vodíkem o nízkém tlaku ($p < 1$ Pa) je zataven zdroj elektronů. Celá trubice je v homogenním magnetickém poli, které vytváří dvojice cívek o velkém průměru (tzv. *Helmholtzovy cívky*).

Schéma experimentálního zařízení je na obr. R5-2. Vektor magnetické indukce míří za nákresnu, což je na obr. R5-2 vyznačeno ležatými křížky. Elektrony ze zdroje vyletují rychlostí v , kolmo k indukčním čarám ($\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$). Na elektrony působí magnetická síla $\mathbf{F}_m$, která zakřivuje trajektorii, po níž se



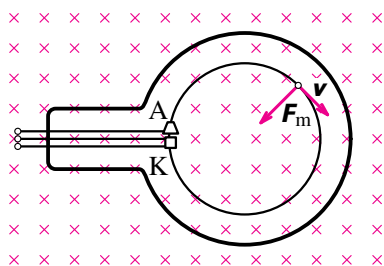
R5-1 Wehneltova trubice

elektron pohybuje, a směr vektoru $\mathbf{v}$ se mění. Výsledkem je pohyb elektronu po kružnicové trajektorii a magnetická síla je silou dostředivou. Platí

$$F_m = Bev = m \frac{v^2}{r}.$$

Odtud pro poloměr trajektorie elektronu dostaneme:

$$r = \frac{m}{e} \frac{v}{B}.$$



R5-2 Demonstrace pohybu elektronu v magnetickém poli

Poněvadž síla $\mathbf{F}_m$ je vždy kolmá na směr pohybu částice, nekoná magnetická síla práci. Velikost rychlosti částice a tedy ani kinetická energie částice se v magnetickém poli nemění. Mění se jen směr pohybu částice. Tím se působení magnetického pole na částici s nábojem liší od pole elektrického, kterým lze pohyb částic urychlovat, a tím zvětšovat jejich energii.

Volná částice s nábojem, jejíž rychlost v homogenním magnetickém poli je kolmá k magnetickým indukčním čarám, se pohybuje po kružnicové trajektorii. Poloměr trajektorie je tolikrát větší, kolikrát rychleji se částice pohybuje.

Příklad

Ve vztažné soustavě O, x, y, z existuje homogenní magnetické pole, jehož magnetická indukce $\mathbf{B}$ má souřadnice $B_x = 0, B_y = 0, B_z = 6 \cdot 10^{-4} \text{ T}$. V bodě O do magnetického pole vlétne elektron rychlostí $\mathbf{v}$, která má souřadnice $v_x = 4 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, v_y = 0, v_z = 0$ (obr. R5-3a). Určete souřadnice středu trajektorie elektronu.

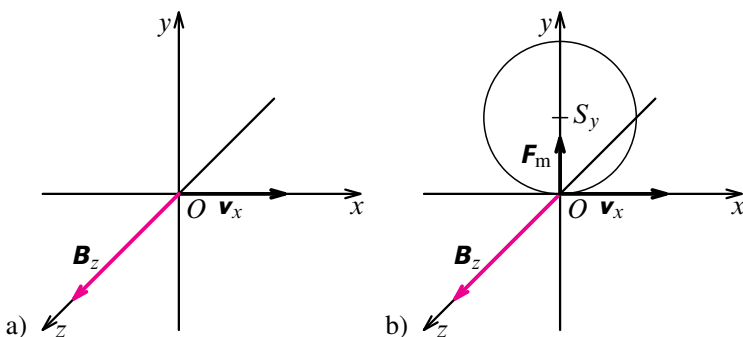
Řešení

$$B_z = 6 \cdot 10^{-4} \text{ T}, v_x = 4 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; r = ?$$

Na elektron působí magnetická síla, jejíž směr určíme vzhledem k zápornému náboji elektronu pomocí pravidla pravé ruky. Magnetická síla má směr kladné osy y (obr. R5-3b). Elektron se pohybuje po kružnicové trajektorii o poloměru

$$r = \frac{m_e v_x}{Be} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 4 \cdot 10^6}{6 \cdot 10^{-4} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ m} = 3,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

Střed trajektorie má souřadnici $S_y = 3,8 \text{ cm}$.



R5-3 Pohyb elektronu ve vztažné soustavě

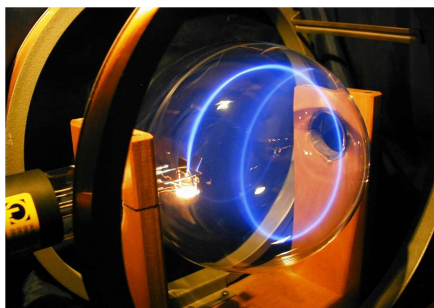
Popsaný jev se využívá např. v urychlovačích částic s nábojem (elektronů nebo iontů), používaných ke studiu dějů v mikrosvětě a při zkoumání vzá-

jemného působení částic. Např. na obr. R5-4 jsou zachyceny trajektorie částic s nábojem, které vznikají v tzv. mlžné komoře umístěné v magnetickém poli. V komoře je sytá pára a nabitá částice při pohybu způsobuje vznik mikroskopických kapek, podobně jako vznikají známé mlžné čáry za letadly letícími ve velké výšce.



R5-4 Trajektorie částic v mlžné komoře

Podobně jako u přímého vodiče závisí velikost magnetické síly na úhlu α mezi vektorem magnetické indukce a vektorem rychlosti. Jestliže pro $\alpha = 90^\circ$ označíme magnetickou sílu $F_{m\perp}$, bude při menším úhlu $F_m = F_{m\perp} \sin \alpha$ a trajektorie elektronu má tvar spirály (obr. R5-5). Když se částice pohybuje ve směru magnetické indukční čáry ($\alpha = 0$), magnetické pole na částici nepůsobí ($F_m = 0$) a směr rychlosti částice se nemění.



R5-5 Trajektorie elektronu ve Wehneltově trubici (vektory F_m a v nejsou navzájem kolmé)

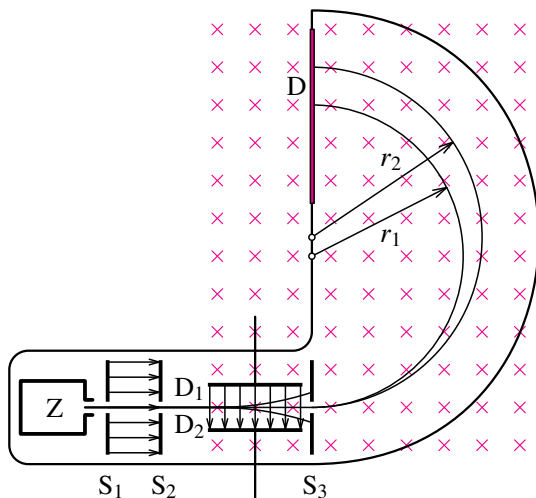
Jestliže se částice s nábojem pohybuje současně v elektrickém a magnetickém poli, působí na ni jak síla elektrická F_e , tak síla magnetická F_m . Výslednicí obou těchto sil je **Lorentzova síla**

$$F_L = F_e + F_m.$$

V nepřítomnosti elektrického pole je Lorentzova síla totožná s magnetickou silou $\mathbf{F}_m$.

Hmotnostní spektrograf

Příkladem zařízení, v němž se využívá Lorentzova síla, je *hmotnostní spektrograf*, kterým se zjišťují nepatrné rozdíly v hmotnostech iontů. Kladné ionty vystupující ze zdroje Z (obr. R5-6) jsou mezi štěrbinami S_1 , S_2 urychlovány elektrickým polem. Vzhledem k odlišným hmotnostem vlétají s poněkud rozdílnými rychlostmi mezi póly mohutného elektromagnetu kolmo k indukčním čarám jeho homogenního magnetického pole o indukci $\mathbf{B}$. Předpokládejme, že ionty mají náboj $+e$. Při vstupu do magnetického pole procházejí ionty rychlostním filtrem tvořeným deskami D_1 , D_2 a štěrbinou S_3 . Zde na ně působí kromě magnetického pole i homogenní elektrické pole o intenzitě $\mathbf{E}$ orientované tak, že magnetická síla $\mathbf{F}_m$ a elektrická síla $\mathbf{F}_e$ jsou namířeny proti sobě. Štěrbinou S_3 projdou jen ionty, pro které platí $F_e = F_m$.



R5-6 Hmotnostní spektrograf

Po průchodu rychlostním filtrem působí na ionty jen magnetická síla $\mathbf{F}_m$, která zakřivuje jejich trajektorii do tvaru půlkružnice, na jejímž konci dopadají na detektor D. Poloměr trajektorie závisí na hmotnosti iontu. Jsou-li v iontovém paprsku obsaženy ionty s různou hmotností, registruje se detektorem tzv. *hmotnostní spektrum*.

Příklad

Elektrické pole hmotnostního spektrografu má intenzitu o velikosti $E = 1,2 \cdot 10^6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ a magnetická indukce magnetického pole má velikost $B = 1,5 \text{ T}$. Jakou rychlost mají ionty, které prolétly rychlostním filtrem? Určete hmotnosti iontů, jejichž trajektorie mají poloměry $r_1 = 177 \text{ mm}$ a $r_2 = 183 \text{ mm}$, a vyjádřete je jako násobek atomové hmotnostní konstanty m_u .

Řešení

$$E = 1,2 \cdot 10^6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}, B = 1,5 \text{ T}, r_1 = 177 \text{ mm}, r_2 = 183 \text{ mm}; v = ?, m_1 = ?, m_2 = ?$$

Rychlostním filtrem proletí jen ty ionty, u kterých se účinek elektrické a magnetické síly ruší. Platí tedy

$$F_e = Ee = F_m = Bev,$$

$$v = \frac{E}{B} = \frac{1,2 \cdot 10^6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}}{1,5 \text{ T}} = 8,0 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Po průletu rychlostním filtrem už na ionty působí jen síla magnetická jako síla dostředivá. Platí:

$$F_m = Bev = F_d = \frac{mv^2}{r}, \quad m = \frac{Ber}{v} = \frac{B^2 er}{E},$$

$$m_1 = \frac{1,5^2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,177}{1,2 \cdot 10^6} \text{ kg} =$$

$$= 5,3 \cdot 10^{-26} \text{ kg} = 32m_u,$$

$$m_2 = \frac{1,5^2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,183}{1,2 \cdot 10^6} \text{ kg} =$$

$$= 5,5 \cdot 10^{-26} \text{ kg} = 33m_u.$$

Filtrem prolétly ionty, které mají rychlost $8,0 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a jejich hmotnosti jsou $32m_u$ a $33m_u$.

Úlohy

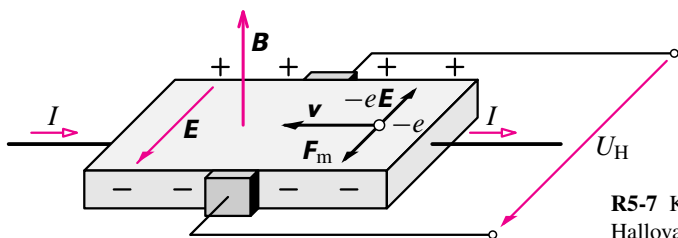
- 1** Do homogenního pole o magnetické indukci $5 \cdot 10^{-3} \text{ T}$ vlétné elektron rychlostí $10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ kolmo k indukčním čarám. Určete poloměr jeho trajektorie.

- 2 Jak se změní poloměr trajektorie částice, jestliže do stejného magnetického pole jako v úloze 1 vlétne stejnou rychlostí částice α ($m = 6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $Q = 2e$).
- 3 Určete velikost magnetické indukce homogenního pole, v němž se pohybuje elektron s kinetickou energií 10^4 eV po kružnici o poloměru 1 m .

R5.2 Hallův jev

V roce 1879 se americký fyzik EDWIN HERBERT HALL (hól, 1855–1938) začal hlouběji zabývat myšlenkou, že magnetická síla nepůsobí vlastně na samotný vodič, ale na pohybující se elektrony. To by však současně znamenalo, že působením magnetické síly, která je kolmá k vodiči, se elektrony ve vodiči přesunou k jednomu jeho okraji. Mezi oběma okraji by pak mělo vzniknout malé příčné napětí. To se také Hallovi podařilo prokázat změřením nepatrného napětí na protilehlých stranách tenké zlaté fólie.

Schematicky je experiment prokazující tzv. **Hallův jev** naznačen na obr. R5-7. Proud prochází vodičem v podobě pásku umístěného v magnetickém poli tak, že vektor $\mathbf{B}$ magnetické indukce je kolmý k ploše pásku. Magnetická síla působí na volné nosiče náboje v pásku, a tím vzniká nerovnoměrné rozdělení nábojů napříč vodičem, které se projevuje jako příčné elektrického pole o intenzitě $\mathbf{E}$. Tomu odpovídá *Hallovo napětí* U_H , které je při stálém proudu I přímo úměrné velikosti magnetické indukce: $U_H = k B$.



R5-7 K výkladu Hallova jevu

Konstanta k v tomto vztahu závisí na hustotě nosičů náboje ve vodivém pásku a u kovových vodičů je malá. Podstatně větší hodnotu má u polovodičů a záleží také na tom, jestli mají částice vytvářející proud náboj kladný nebo záporný. To umožňuje měřením Hallova napětí určit, zda má polovodič vodivost typu P nebo N.