

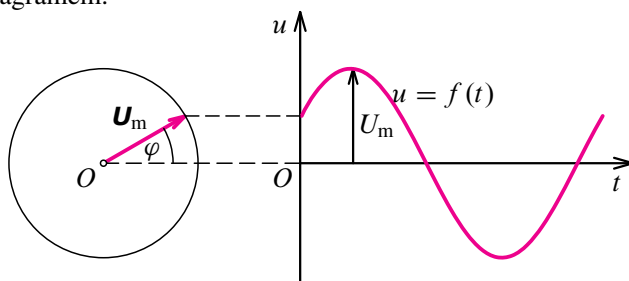
R7 STŘÍDAVÝ PROUD

R7.1 Složené obvody střídavého proudu

V kapitole 7 jsme se zabývali převážně jednoduchými obvody střídavého proudu s jedním parametrem, tzn. s odporem R , s indukčností L , popř. kapacitou C . Jako příklad složeného obvodu byl popsán obvod s RLC v sérii. Časový průběh střídavého napětí a proudu jsme vyjadřovali graficky pomocí časového diagramu. U složených obvodů je výhodnější použít k popisu dějů v obvodech tzv. fázorový diagram.

Fázorový diagram

Ve fázorovém diagramu se střídavý proud nebo napětí znázorňuje orientovanou úsečkou umístěnou v soustavě souřadnic, tzv. *fázorem*. Fázor má délku rovnou amplitudě veličiny a s osou x svírá úhel rovný počáteční fázi (tzn. fázi v okamžiku $t = 0$). Na obr. R7-1 je patrné, jak fázorový diagram souvisí s časovým diagramem.



R7-1 Souvislost fázorového a časového diagramu

Pomocí fázorového diagramu, v němž jsou zakresleny fázory střídavého napětí i proudu, lze snadno posoudit jejich fázový rozdíl. V praktických situacích známe častěji efektivní hodnoty střídavých napětí, než jejich amplitudy. Proto i ve fázorových diagramech střídavých obvodů budeme dále místo fázorů \mathbf{U}_m , \mathbf{I}_m používat fázory \mathbf{U} , \mathbf{I} o velikostech rovných efektivním hodnotám U , I .

V přehledu střídavých obvodů (viz Shrnutí kap. 7) jsou fázové posuny střídavého napětí a proudu znázorněny časovým diagramem i fázorovým diagramem. Např. v případě jednoduchého obvodu s L je fázor napětí posunut vzhledem k fázoru proudu o úhel $\frac{1}{2}\pi$ v kladném směru, tzn. proti směru pohybu

hodinových ručiček. Naopak v případě jednoduchého obvodu s C je fázor napětí posunut o úhel $-\frac{1}{2}\pi$ v záporném směru.

Obvod s RLC v sérii

Použití fázorového diagramu pro řešení složených obvodů střídavého proudu ukážeme na příkladu **obvodu s RLC v sérii**. Jeho fázorový diagram je na obr. R7-2.

Fázor proudu I má stejný směr jako fázor napětí U_R , kdežto fázor napětí U_L svírá s fázorem proudu úhel $\frac{1}{2}\pi$ a fázor napětí U_C je vzhledem k fázoru proudu posunut o úhel $-\frac{1}{2}\pi$. Fázor výsledného napětí U najdeme jako geometrický součet jednotlivých fázorů napětí. Velikost fázoru U vypočítáme pomocí Pythagorovy věty:

$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2.$$

Poněvadž

$$U^2 = Z^2 I^2 = I^2 \left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right],$$

platí pro impedanci vztah

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}.$$

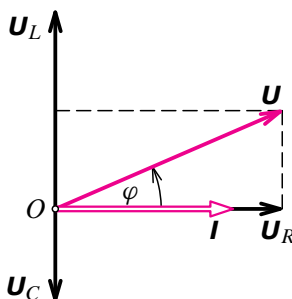
Z fázorového diagramu najdeme také vztah pro fázový posun φ napětí a proudu

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R},$$

přičemž φ leží v intervalu $-\frac{1}{2}\pi \leq \varphi \leq +\frac{1}{2}\pi$.

Poznámka: Kromě pojmu impedance se zavádí také pojem **reaktance** $X = X_L - X_C$. Tato veličina charakterizuje vlastnost té části obvodu střídavého proudu, v níž se elektromagnetická energie nemění v teplo, ale jen v energii elektrického a magnetického pole. Zavedením reaktance se zjednoduší odvozené vztahy na tvar

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad \text{a} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R}.$$



R7-2 Fázorový diagram obvodu s RLC v sérii

Z fázorového diagramu je patrné, že pro $U_L > U_C$ je fázový posun napětí vzhledem k proudu kladný ($0 < \varphi < \frac{1}{2}\pi$) a obvod má takové vlastnosti, jako by obsahoval jen rezistanci a induktanci. Naopak, když $U_L < U_C$, je fázový posun záporný ($-\frac{1}{2}\pi < \varphi < 0$) a obvod má takové vlastnosti, jako by obsahoval jen rezistanci a kapacitanci.

Rezonance obvodu s RLC v sérii

Zvláštní případ nastává u obvodu s RLC v sérii, je-li při dané frekvenci induktaance obvodu stejně velká jako jeho kapacitance ($X_L = X_C$). Ze vztahu pro impedanci pak vyplývá, že $Z = R$. Fázový rozdíl napětí a proudu je v tomto případě nulový a obvod má vlastnosti rezistance. Proud v obvodu dosahuje největší hodnoty.

Tento případ označujeme jako **rezonanci** střídavého obvodu a příslušnou **rezonanční frekvenci** f_0 určíme z podmínky

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}.$$

Odtud

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Při rezonanci je fázový posun napětí a proudu nulový ($\varphi = 0$).

Reálná cívka v obvodu střídavého proudu

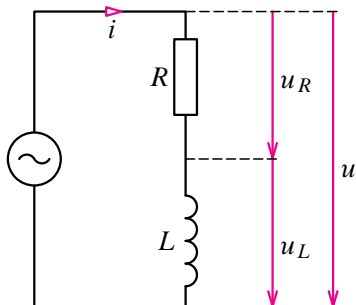
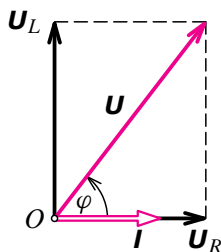
Vztah pro impedanci obvodu s RLC v sérii platí obecně pro libovolný obvod střídavého proudu s obvodovými prvky spojenými do série. Ukážeme to na příkladu reálné cívky, která má prakticky vždy nejen indukčnost, ale také odpor. Můžeme pro ni vytvořit náhradní obvod v podobě sériového spojení ideální cívky s indukčností L a odporu R – **obvod s RL v sérii** (obr. R7-3). Fázorový diagram tohoto obvodu je na obr. R7-4.

Fázor \mathbf{U}_R má podle Ohmova zákona velikost $U_R = RI$ a fázor U_L má velikost $U_L = X_L I = \omega LI$. Platí

$$U^2 = U_R^2 + U_L^2 = I^2 (R^2 + \omega^2 L^2)$$

a impedance obvodu

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}.$$

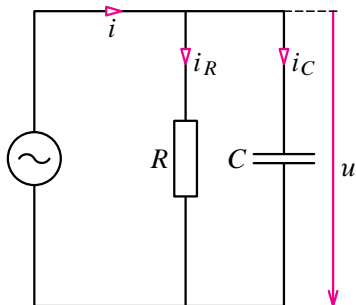
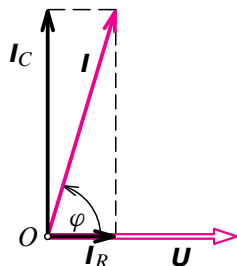
R7-3 Obvod s RL v sériiR7-4 Fázorový diagram obvodu s RL v sérii

Pro fázový posun napětí a proudu najdeme z fázorového diagramu

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L}{U_R} = \frac{\omega L}{R}.$$

Reálný kondenzátor v obvodu střídavého proudu

V obvodu střídavého proudu s kondenzátorem dochází k periodické polarizaci dielektrika mezi deskami kondenzátoru. Molekuly dielektrika kmitají a vznikají ztráty energie přeměnou na teplo. Tyto ztráty můžeme vyjádřit odporem R připojeným paralelně ke kondenzátoru s kapacitou C . Náhradním obvodem reálného kondenzátoru je **obvod s RC paralelně** (obr. R7-5). Jeho fázorový diagram je na obr. R7-6.

R7-5 Obvod s RC paralelněR7-6 Fázorový diagram obvodu s RC paralelně

Při paralelním spojení je řídicí veličinou napětí U , které je stejné na obou

obvodových prvcích. Kondenzátorem prochází proud $I_C = U/X_C = \omega CU$, který je vzhledem k proudu $I_R = U/R$ fázově posunut v kladném směru o $\frac{1}{2}\pi$. Pro celkový proud obvodem platí

$$I^2 = I_R^2 + I_C^2 = U^2 \left(\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2 \right)$$

a impedance obvodu

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{R}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}}.$$

Fázový posun proudu vzhledem k napětí

$$\operatorname{tg} \varphi = \omega CR.$$

Poznámka: U technických kondenzátorů je odpor dielektrika velký, takže fázový posun fázorů \mathbf{U} a \mathbf{I} se jen málo liší od $\frac{1}{2}\pi$. Proto se obvykle vyjadřuje *ztrátový úhel*

$$\delta = \frac{\pi}{2} - \varphi$$

a charakteristickou veličinou reálného kondenzátoru je *ztrátový činitel kondenzátoru* $\operatorname{tg} \delta$. Z fázorového diagramu vyplývá, že

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{1}{\omega CR}.$$

To znamená, že čím větší je odpor dielektrika, tím menší jsou ztráty energie v kondenzátoru. Tak je tomu zejména u kondenzátorů, jejichž dielektrikem je vzduch.

Indukčnost cívky a kapacitu kondenzátoru můžeme měřit pomocí střídavého proudu. To je námětem laboratorních cvičení **LC6** a **LC7**.

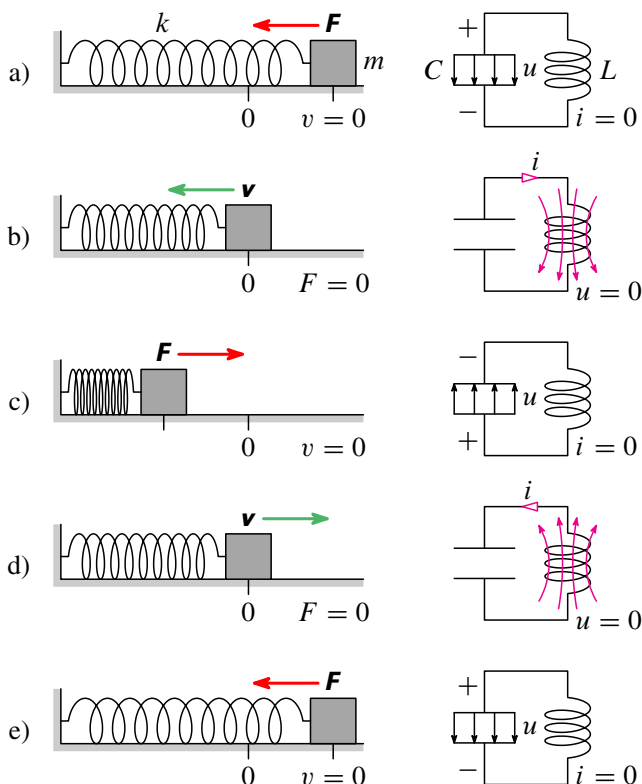
Úlohy

- 1** Sestavte fázorový diagram obvodu s RLC v sérii při $X_L = R$ a $X_C = 2R$ a určete fázový posun napětí a proudu v obvodu.
- 2** Nakreslete fázorový diagram obvodu s RLC v sérii, jestliže $X_L = 0,5X_C = R = 1,0 \Omega$ a obvodem prochází proud o amplitudě $1,0 \text{ A}$. Určete impedanci a fázové posunutí napětí a proudu v obvodu.
- 3** Obvod s RLC v sérii je tvořen rezistorem o odporu 200Ω , cívku o indukčnosti $0,5 \text{ H}$ a kondenzátorem o kapacitě $4 \mu\text{F}$. Obvodem prochází proud $0,5 \text{ A}$ o frekvenci 100 Hz . Nakreslete fázorový diagram obvodu, určete celkové napětí na obvodu a fázový posun napětí a proudu v obvodu.

- 4 V obvodu s RLC v sérii platí, že při frekvenci 50 Hz je $X_L = 2X_C$. Jak se musí změnit frekvence, aby nastala rezonance?

R7.2 Mechanický a elektromagnetický oscilátor

V čl. 7.7 je popsáno elektromagnetické kmitání oscilačního obvodu jako důsledek periodické přeměny energie elektrického pole kondenzátoru na energii magnetického pole cívky a naopak. Obdobné přeměny energie probíhají i v mechanickém oscilátoru, v němž se u pružinového oscilátoru mění potenciální energie pružiny na kinetickou energii kmitajícího tělesa. Mezi ději v obou typech oscilátorů existuje **podobnost** čili **analogie**, která je znázorněna srovnáním obou oscilátorů na obr. R7-7.



R7-7 Analogie mechanického a elektromagnetického oscilátoru