

Cvičení 1 ELEKTRICKÝ NÁBOJ A ELEKTRICKÉ POLE

Příklad 1

Ve vzdálenosti 20 cm od středu nabité koule o poloměru 5 cm působí na zkušební náboj $q = +1,0 \text{ nC}$ přitažlivá síla velikosti $2,5 \cdot 10^{-5} \text{ N}$. Jaká je intenzita elektrického pole v místě zkušební náboje? Jakou intenzitu má pole v těsné blízkosti koule? Jaký náboj je na kouli?

Řešení

$$r = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}, q = 1,0 \text{ nC} = 1,0 \cdot 10^{-9} \text{ C}, R = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}, F_e = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ N}; E = ?, E_1 = ?, Q = ?$$

V místě zkušební náboje má intenzita elektrického pole velikost

$$E = \frac{F_e}{q} = \frac{2,5 \cdot 10^{-5} \text{ N}}{1,0 \cdot 10^{-9} \text{ C}} = 2,5 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}.$$

Velikost intenzity vně nabité koule je nepřímo úměrná druhé mocnině vzdálenosti od středu koule. V těsné blízkosti koule platí

$$E_1 = E \frac{r^2}{R^2} = 2,5 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1} \cdot 16 = 4,0 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}.$$

Náboj koule vypočteme pomocí Coulombova zákona:

$$|Q| = \frac{F r^2}{q k} = \frac{2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 4 \cdot 10^{-2}}{1,0 \cdot 10^{-9} \cdot 9 \cdot 10^9} \text{ C} = 1,1 \cdot 10^{-7} \text{ C} = 110 \text{ nC}.$$

Vzhledem k tomu, že na zkušební náboj působí přitažlivá síla směřující do středu koule, je náboj koule záporný.

Velikost intenzity elektrického pole v místě náboje q je $2,5 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$ a v těsné blízkosti koule $4,0 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$. Celkový náboj na kouli $Q = -110 \text{ nC}$.

Příklad 2

Mezi dvěma vodorovnými kovovými deskami vzdálenými od sebe 1,0 cm se v homogenním elektrickém poli vznáší olejová kapička o průměru $4,0 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$, jejíž náboj je pětinasobkem elementárního náboje. Hustota oleje je $920 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Jaké napětí je mezi deskami? Jak musíme napětí změnit, jestliže se náboj kapky zmenší o jeden elementární náboj?

Řešení

$d = 0,010 \text{ m}$, $D = 4,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}$, $\varrho = 920 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $N = 5$, $N_1 = 4$; $U = ?$, $U_1 = ?$

Na kapku působí tíhová síla a elektrická síla o velikostech

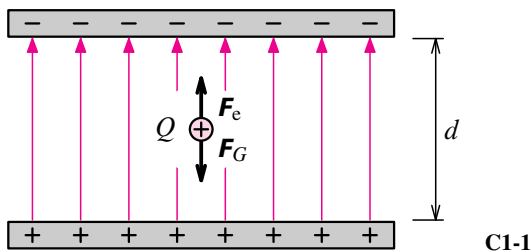
$$F_G = mg = \frac{1}{6} \pi D^3 \varrho g, \quad F_e = |Q|E = Ne \frac{U}{d}.$$

Rovnováha nastane, když $F_e = F_G$ (obr. C1-1). Po dosazení a úpravě dostáváme

$$\begin{aligned} U &= \frac{mgd}{Ne} = \frac{\pi D^3 \varrho g d}{6Ne} = \\ &= \frac{\pi (4,0 \cdot 10^{-6})^3 \cdot 920 \cdot 9,8 \cdot 0,010}{30 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ V} \doteq 3,8 \text{ kV}. \end{aligned}$$

Pokud se velikost náboje zmenší na $4e$, musíme zvětšit napětí na

$$U_1 = \frac{5}{4} U \doteq 4,7 \text{ kV}.$$



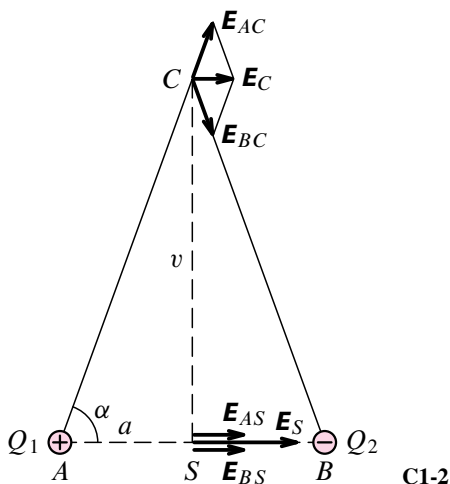
Kapka nesoucí náboj o velikosti $5e$ se bude vznášet, bude-li mezi deskami napětí přibližně 3,8 kV. Zmenší-li se velikost náboje na $4e$, musíme napětí zvětšit na 4,7 kV.

Poznámka: Přesné měření sil, které působí v homogenním elektrickém poli na drobné olejové kapičky s nábojem, provedl r. 1909 americký fyzik R. A. MILLIKAN [*miliken*] . Za toto měření obdržel v roce 1923 Nobelovu cenu. Svými pokusy potvrdil, že elektrický náboj je celistvým násobkem elementárního náboje a jeho hodnotu poprvé přímo změřil.

Příklad 3

Rovnoramenný trojúhelník ABC má základnu o velikosti $|AB| = 2a = 10 \text{ cm}$ a výšku $|SC| = v = 20 \text{ cm}$. Ve vrcholech A , B jsou umístěny bodové náboje $Q_1 = 100 \text{ nC}$ a $Q_2 = -100 \text{ nC}$ (obr. C1-2).

- a) Jaké jsou intenzity elektrického pole v bodě S uprostřed základny a ve vrcholu C ?
- b) Jak se změní obě intenzity, zvětšíme-li délku základny na 20 cm?



Řešení

$Q_1 = 100 \text{ nC}$, $Q_2 = -100 \text{ nC}$, $v = 0,20 \text{ m}$;

a) $2a = 0,10 \text{ m}$; $E_S = ?$, $E_C = ?$

b) $2a = 0,20 \text{ m}$; $E_S = ?$, $E_C = ?$

a) Intenzita výsledného elektrického pole v určitém bodě se určí jako vektorový součet intenzit polí obou nábojů

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_A + \mathbf{E}_B.$$

V bodě S platí

$$E_S = 2E_{AS} = 2 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{a^2} = 2 \cdot 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{1,0 \cdot 10^{-7}}{0,05^2} \text{ V} \cdot \text{m}^{-1},$$

$$E_S = 7,2 \cdot 10^5 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}.$$

V bodě C dostáváme

$$E_{AC} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{a^2 + v^2} = E_{BC},$$

$$E_C = 2E_{AC} \cos \alpha = \frac{2}{4\pi\epsilon_0} \frac{aQ_1}{(a^2 + v^2)^{1,5}},$$

$$E_C = 2 \cdot 9,0 \cdot 10^9 \frac{0,05 \cdot 1,0 \cdot 10^{-7}}{(0,05^2 + 0,2^2)^{1,5}} \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} =$$

$$= 1,0 \cdot 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}.$$

Velikost intenzity elektrického pole v bodě S je $E_S = 7,2 \cdot 10^5 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ a v bodě C je $E_C = 1,0 \cdot 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$.

b) Změníme-li vzdálenost AB na 20 cm, dostaneme $E_S = 1,8 \cdot 10^5 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$, $E_C = 1,6 \cdot 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$. V bodě S se tedy intenzita čtyřikrát zmenší, ale v bodě C se zvětší.

Příklad 4

Dvě rovnoběžné kovové desky o plošném obsahu $S = 4,0 \text{ dm}^2$ vzdálené od sebe 1,0 cm tvoří kondenzátor se vzduchovým dielektrikem. Jaká je jeho kapacita? Jaké náboje jsou na deskách, připojíme-li jej ke zdroji o napětí 1 000 V? Jakou silou na sebe tyto náboje působí?

Řešení

$$S = 0,040 \text{ m}^2, d = 0,010 \text{ m}, U = 1\,000 \text{ V}; C = ?, Q = ?, F = ?$$

Kapacita kondenzátoru je prakticky stejná, jako kdyby mezi deskami bylo vakuum,

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 4,0 \cdot 10^{-2}}{0,010} \text{ F} = 35 \text{ pF}$$

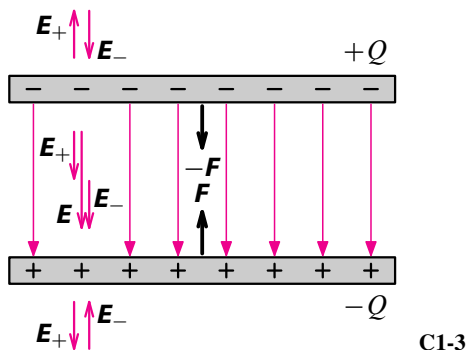
a náboje na deskách mají absolutní hodnotu

$$Q = UC = 1\,000 \cdot 35 \cdot 10^{-12} \text{ C} = 35 \text{ nC}.$$

Tyto náboje jsou na deskách rozloženy rovnoměrně a přitahují se, protože jsou nesouhlasné. Záporná deska kondenzátoru se nachází v poli kladné desky a naopak. Intenzita elektrického pole samotné kladné desky má poloviční velikost než výsledná intenzita elektrického pole mezi deskami kondenzátoru. Totéž platí o intenzitě elektrického pole samotné záporné desky. Mezi deskami se obě pole sčítají, vně kondenzátoru se ruší (obr. C1-3). Velikost síly, kterou působí pole jedné desky na druhou desku, určíme ze vztahu

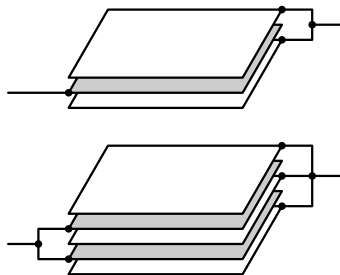
$$F = QE_+ = Q \frac{E}{2} = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ N}.$$

Kondenzátor má kapacitu 35 pF, na jeho deskách jsou náboje o velikosti 35 nC, které se přitahují silou o velikosti 1,8 mN.



Úlohy

- 1 Kolik elementárních nábojů je na osamocené kouli o poloměru 5,0 cm, je-li její potenciál 5,0 V? Jakou intenzitu má elektrické pole v její těsné blízkosti?
- 2 V bodech A , B vzdálených od sebe 20 cm jsou umístěny dva stejné bodové náboje $Q_1 = Q_2 = 1,0 \mu\text{C}$. Jakou práci musíme vykonat proti elektrickým silám, chceme-li do středu S úsečky AB přenést z velké vzdálenosti třetí, stejně velký náboj Q_3 ? Jakou práci musíme vykonat při dalším přemístění třetího náboje z bodu S do bodu C , který dělí úsečku AB v poměru 1 : 3? Jaká síla působí na náboj Q_3 v bodech S a C ? (Výsledný elektrický potenciál v poli nábojů Q_1 a Q_2 je součtem potenciálů v poli samotného náboje Q_1 a samotného náboje Q_2 .)
- 3 Vzduchové kondenzátory na obrázku C1-4 se liší jen počtem desek. V jakém poměru jsou jejich kapacity?



C1-4

Úlohy 4 a 5 řešte samostatně ve skupinách.

Skupina A

- 4** Jaké kapacity můžeme získat různým spojením čtyř stejných kondenzátorů o kapacitě $1,0 \mu\text{F}$?
- 5** Ke zdroji o napětí 60 V připojíme sériově kondenzátory o kapacitách $1,0 \mu\text{F}$ a $2,0 \mu\text{F}$. Jaké náboje a napětí budou na jednotlivých kondenzátorech? Který kondenzátor bude mít větší energii?

Skupina B

- 4** Jaké kapacity můžeme získat různým spojením tří kondenzátorů o kapacitách $1,0 \mu\text{F}$, $2,0 \mu\text{F}$ a $4,0 \mu\text{F}$?
- 5** Pět stejných kondenzátorů o kapacitě $10,0 \mu\text{F}$ připojíme sériově ke zdroji o napětí 100 V . Jaké náboje budou na kondenzátorech? Jakou celkovou energii kondenzátory získají?

Cvičení 2 OBVODY S USTÁLENÝM ELEKTRICKÝM PROUDEM

Při řešení úloh v tomto cvičení zanedbáváme odpor spojovacích vodičů v jednotlivých obvodech.

Úlohy

Úlohy 1 a 2 řešte samostatně ve dvou skupinách A a B.

Skupina A

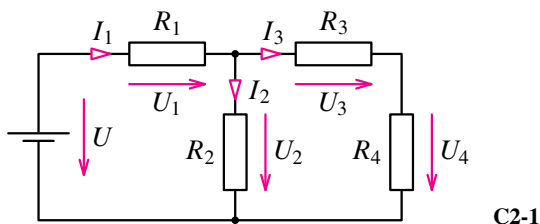
- 1** Voltmetr připojený k rezistoru o odporu $56\ \Omega$ ukazuje napětí $22,4\ \text{V}$. Jaký náboj projde rezistorem za 1 minutu?
- 2** Tři rezistory o odporech $10\ \Omega$, $15\ \Omega$ a $20\ \Omega$ jsou zapojeny paralelně. Jaký proud prochází rezistorem o odporu $15\ \Omega$, když celkový proud je $1,2\ \text{A}$?

Skupina B

- 1** Jaké napětí je na rezistoru o odporu $100\ \Omega$, kterým projde za 1 minutu náboj $9,0\ \text{C}$?
- 2** Tři rezistory o odporech $10\ \Omega$, $15\ \Omega$ a $20\ \Omega$ jsou zapojeny do série. Jaké musí být celkové napětí, má-li na rezistoru o odporu $15\ \Omega$ být napětí $3\ \text{V}$?

Příklad 1

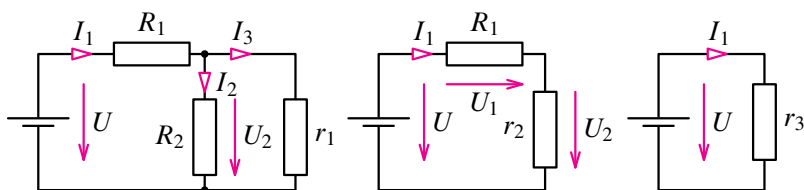
V síti na obr. C2-1 známe svorkové napětí zdroje $U = 12\ \text{V}$ a odpory jednotlivých rezistorů $R_1 = 40\ \Omega$, $R_3 = 50\ \Omega$, $R_2 = R_4 = 100\ \Omega$. Určete proudy ve všech větvích a napětí na jednotlivých rezistorech.



Řešení

$U = 12\ \text{V}$, $R_1 = 40\ \Omega$, $R_3 = 50\ \Omega$, $R_2 = R_4 = 100\ \Omega$; U_1 až $U_4 = ?$, I_1 až $I_3 = ?$

Úlohu nejprve zjednodušíme podle obr. C2-2. Postupně nahrazujeme dva sériově spojené rezistory nebo dva paralelně spojené rezistory jediným rezistorem,



C2-2

až dostaneme jednoduchý obvod. Pak se vracíme od jednodušších schémat k složitějším a počítáme jednotlivé proudy a napětí.

Postup výpočtu:

$$\begin{aligned}
 r_1 &= R_3 + R_4 = 150 \, \Omega, & r_2 &= \frac{r_1 R_2}{r_1 + R_2} = 60 \, \Omega, \\
 r_3 &= R_1 + r_2 = 100 \, \Omega, & I_1 &= \frac{U}{r_3} = 0,120 \, \text{A}, \\
 U_1 &= R_1 I_1 = 4,8 \, \text{V}, & U_2 &= U - U_1 = 7,2 \, \text{V}, \\
 I_2 &= \frac{U_2}{R_2} = 0,072 \, \text{A}, & I_3 &= I_1 - I_2 = 0,048 \, \text{A}, \\
 U_3 &= R_3 I_3 = 2,4 \, \text{V}, & U_4 &= U_2 - U_3 = 4,8 \, \text{V}.
 \end{aligned}$$

Jednotlivými větvemi procházejí proudy

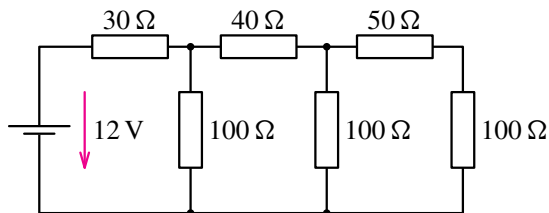
$$I_1 = 120 \, \text{mA}, \quad I_2 = 72 \, \text{mA}, \quad I_3 = 48 \, \text{mA}.$$

Na rezistorech jsou napětí

$$U_1 = 4,8 \, \text{V}, \quad U_2 = 7,2 \, \text{V}, \quad U_3 = 2,4 \, \text{V}, \quad U_4 = 4,8 \, \text{V}.$$

Úloha

3 Podobným způsobem jako v příkladu 1 řešte síť na obr. C2-3.



C2-3

Příklad 2

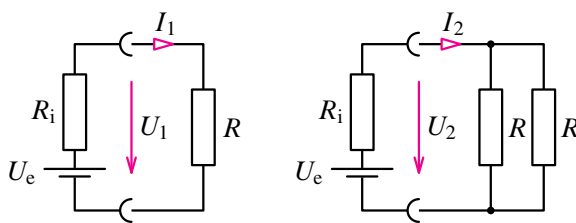
Ke zdroji o elektromotorickém napětí 3,15 V jsme připojili rezistor o odporu $10,0 \Omega$ a změřili jsme svorkové napětí 2,65 V. Jak se změní svorkové napětí, připojíme-li paralelně k prvnímu rezistoru druhý rezistor o stejném odporu?

Řešení

$$U_e = 3,15 \text{ V}, R = 10 \Omega, U_1 = 2,65 \text{ V}; U_2 = ?$$

Vyjdeme ze schématu na obr. C2-4. Po připojení prvního rezistoru procházel obvodem proud

$$I_1 = \frac{U_1}{R} = 0,265 \text{ A}.$$

**C2-4**

Zdroj má vnitřní odpor

$$R_i = \frac{U_e - U_1}{I_1} = \frac{0,50}{0,265} \Omega = 1,9 \Omega.$$

Připojením druhého rezistoru se vnější odpor zmenší na $0,5R = 5 \Omega$ a obvodem bude procházet proud

$$I_2 = \frac{U_e}{R_i + 0,5R} = \frac{3,15}{1,9 + 5,0} \text{ A} = 0,46 \text{ A}$$

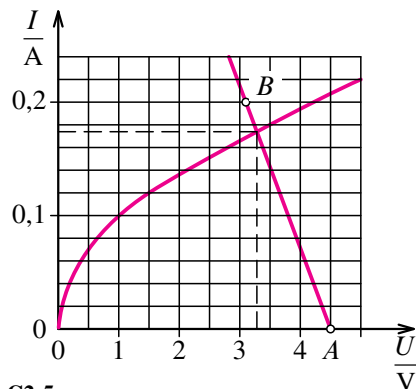
a svorkové napětí se zmenší na

$$U_2 = 0,5R \cdot I_2 = 5,0 \cdot 0,46 \text{ V} = 2,3 \text{ V}.$$

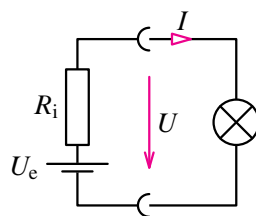
Po připojení druhého rezistoru se svorkové napětí zmenší na 2,3 V.

Příklad 3

K baterii o elektromotorickém napětí $U_e = 4,5 \text{ V}$ a vnitřním odporu $R_i = 7,0 \Omega$ připojíme žárovku, jejíž voltampérová charakteristika je na obr. C2-5. Jaký proud bude žárovkou procházet a jaké na ní bude napětí?



C2-5



C2-6

Řešení

$$U_e = 4,5 \text{ V}, R_i = 7,0 \Omega; U = ?, I = ?$$

Schéma obvodu je na obr. C2-6. Napětí na žárovce je současně svorkovým napětím zdroje. Platí tedy

$$U = U_e - R_i I.$$

Tento lineární vztah můžeme zobrazit společně s voltampérovou charakteristikou žárovky jako přímkou AB (na obr. C2-5). V bodě A platí $I = 0$, $U = U_e = 4,5 \text{ V}$. V bodě B volíme $I = 0,2 \text{ A}$ a dostáváme

$$U = U_e - R_i \cdot I = 3,1 \text{ V}.$$

Průsečík obou grafů určuje hledané napětí a proud. Na žárovce bude napětí $U = 3,3 \text{ V}$. Obvodem bude procházet proud $I = 0,17 \text{ A}$.

Úlohy

- 4** Stárnutím baterie v příkladu 3 se její vnitřní odpor zvětší na 15Ω . Jak se změní proud v obvodu a napětí na žárovce?

Úlohy 5 a 6 řešte ve skupinách.

Skupina A

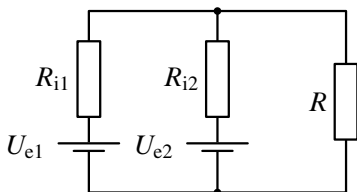
- 5** Ke zdroji o elektromotorickém napětí $6,0\text{ V}$ a zanedbatelném vnitřním odporu jsou sériově připojeny dva rezistory o odporech $R_1 = 400\ \Omega$ a $R_2 = 600\ \Omega$. Jaké napětí je na rezistorech? Jaké napětí naměříme na rezistoru R_2 , připojíme-li paralelně rezistor o odporu $1,2\text{ k}\Omega$?
- 6** Připojíme-li k baterii o elektromotorickém napětí $4,8\text{ V}$ žárovku, poklesne svorkové napětí na $3,8\text{ V}$ a obvodem prochází proud $0,35\text{ A}$. Jaký je odpor žárovky a vnitřní odpor zdroje?

Skupina B

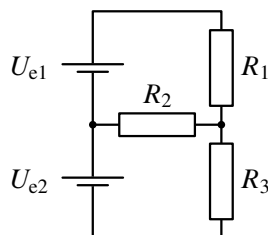
- 5** Ke zdroji o elektromotorickém napětí $6,0\text{ V}$ a zanedbatelném vnitřním odporu připojíme sériově rezistor R_1 o odporu $3,0\ \Omega$ a rezistor R_2 o neznámém odporu. Ampérmetrem změříme proud 270 mA . Jaký proud by procházel obvodem, kdybychom rezistor R_1 vynechali?
- 6** Ze zdroje o elektromotorickém napětí 12 V a vnitřním odporu $0,15\ \Omega$ odebíráme proud 15 A . Jaký je elektrický výkon ve vnější části obvodu? Kolik procent energie se spotřebuje na vnitřním odporu?

Pro řešení úloh 7 a 8 si prostudujte učivo o Kirchhoffových zákonech a postup řešení elektrických sítí vloženy v čl. **R2.4**.

- 7** K dvěma paralelně spojeným zdrojům o stejných elektromotorických napětích $U_{e1} = U_{e2} = 3,0\text{ V}$ a různých vnitřních odporech $R_{i1} = 0,50\ \Omega$, $R_{i2} = 2,0\ \Omega$ připojíme spotřebič o odporu $R = 2,6\ \Omega$ (obr. C2-7). Určete napětí na spotřebiči a proudy procházející spotřebičem a oběma zdroji.
- 8** V síti na obr. C2-8 jsou dva ideální zdroje napětí a tři rezistory. $U_{e1} = 12\text{ V}$, $U_{e2} = 6\text{ V}$, $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 100\ \Omega$. Odpor rezistoru R_3 zvolte tak, aby proud ve větvi s rezistorem R_2 byl nulový.



C2-7



C2-8

Cvičení 3 ELEKTRICKÝ PROUD V LÁTKÁCH

Příklad 1

Vláknem malé žárovky do kapesní svítilny, jejíž voltampérová charakteristika je na obr. C2-5, prochází při napětí 0,05 V proud 22 mA a jeho teplota je prakticky stejná jako teplota okolí $t_1 = 20^\circ\text{C}$. Jaká je teplota vlákna při napětí 3,5 V, kdy žárovkou prochází proud 180 mA? Teplotní součinitel elektrického odporu wolframu je $4,4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

Řešení

$$U_1 = 0,05 \text{ V}, I_1 = 22 \text{ mA} = 0,022 \text{ A}, t_1 = 20^\circ\text{C}, \\ U_2 = 3,5 \text{ V}, I_2 = 180 \text{ mA} = 0,180 \text{ A}, \alpha = 4,4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}; t_2 = ?$$

Nejprve určíme odpory vlákna žárovky při napětích U_1 a U_2 :

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{0,05}{0,022} \Omega = 2,3 \Omega, \\ R_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{3,5}{0,18} \Omega = 19,4 \Omega.$$

Závislost odporu žárovky na teplotě vyjadřuje vztah

$$R_2 = R_1[1 + \alpha(t_2 - t_1)].$$

Úpravou dostaneme

$$t_2 = t_1 + \frac{R_2 - R_1}{\alpha R_1} = 1700^\circ\text{C}.$$

Při napětí 3,5 V má vlákno žárovky teplotu 1700°C .

Úlohy

Řešte ve skupinách.

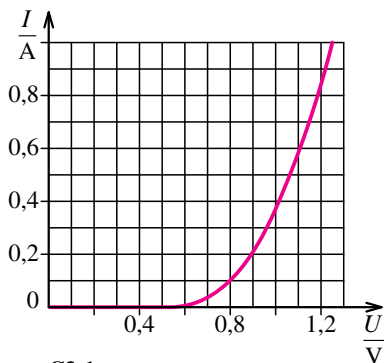
Skupina A

- 1** Určete teplotu vlákna žárovky z příkladu 1 při napětí 4,5 V. (Použijte voltampérovou charakteristiku na obrázku C2-5.)

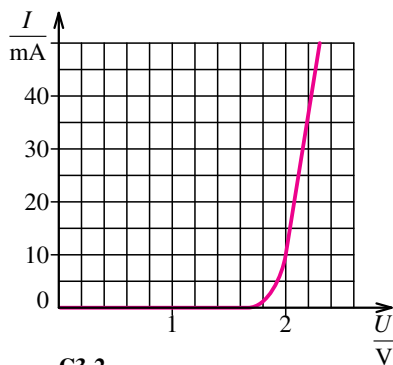
Skupina B

- 1** Určete teplotu vlákna žárovky z příkladu 1 při proudu 100 mA. (Použijte voltampérovou charakteristiku na obrázku C2-5.)

- 2** Sestrojte voltampérovou charakteristiku konstantanového drátu o průměru 0,5 mm dlouhého 3 m. Rezistivita je $0,50 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$.
- 3** Na obr. C3-1 je voltampérová charakteristika usměrňovací diody zapojené v propustném směru. Jak velké Jouleovo teplo vznikne v diodě během jedné minuty při proudu 0,5 A?
- 2** Pro žárovku z příkladu 1 sestrojte graf závislosti odporu na teplotě.
- 3** Na obr. C3-2 je voltampérová charakteristika zeleně svítící světelné diody, kterou chceme napájet ze zdroje o napětí 5,0 V. Jaký předřadný odpor musíme použít, aby diodou procházel proud 30 mA?



C3-1



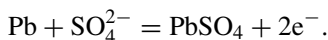
C3-2

Příklad 2

Akumulátor má kapacitu 40 Ah. Jak se změní hmotnost záporné elektrody při úplném vybití?

Řešení

Při vybíjení akumulátoru probíhá na záporné elektrodě reakce



Hmotnost elektrody zvětšují ionty SO_4^{2-} , které se slučují s olovem elektrody. Molární hmotnost SO_4^{2-} :

$$\begin{aligned} M_{\text{m}} &\doteq (A_{\text{rS}} + 4A_{\text{rO}}) \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} \doteq \\ &\doteq (32 + 64) \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} \doteq 96 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}. \end{aligned}$$

Na elektrodě se vyloučí hmotnost odpovídající náboji $Q = It = 40 \cdot 3\,600 \text{ C} = 14,4 \cdot 10^4 \text{ C}$:

$$m = \frac{M_{\text{m}} It}{F z} \doteq \frac{96 \cdot 10^{-3} \cdot 14,4 \cdot 10^4}{9,6 \cdot 10^4 \cdot 2} \text{ kg} \doteq \\ \doteq 0,072 \text{ kg} = 72 \text{ g}.$$

Hmotnost záporné elektrody se zvětší o 72 g.

Příklad 3

Nepřerušíme-li včas nabíjení olověné akumulátorové baterie, začne se na katodách článků vylučovat vodík a na anodách kyslík, které vytvoří výbušnou směs. Jaký objem zaujme za normálních podmínek plyn, který se vyloučí při proudu 4,0 A za jednu hodinu z baterie šesti článků? Jaká energie se uvolní při jeho explozi? Měrné spalné teplo vodíku je $H = 143 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Řešení

$$I = 4,0 \text{ A}, t = 3\,600 \text{ s}, H = 1,43 \cdot 10^8 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}; V_0 = ?, W = ?$$

Elektrochemický ekvivalent vodíku určíme podle 2. Faradayova zákona

$$A_{\text{H}} = \frac{A_{\text{r}} \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}}{F} = \frac{1,008 \cdot 10^{-3}}{9,65 \cdot 10^4} \text{ kg} \cdot \text{C}^{-1} = \\ = 1,04 \cdot 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{C}^{-1}.$$

Vodík vyloučený při elektrolýze v šesti člancích má hmotnost

$$m_{\text{H}} = 6A_{\text{H}}It = 6 \cdot 1,04 \cdot 10^{-8} \cdot 4 \cdot 3\,600 \text{ kg} = 9,0 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$$

a látkové množství

$$n_{\text{H}_2} = \frac{m}{M_{\text{m}}} = \frac{9,0 \cdot 10^{-4}}{2,016 \cdot 10^{-3}} \text{ mol} = 0,446 \text{ mol}.$$

Současně se vyloučí kyslík o polovičním látkovém množství

$$n_{\text{O}_2} = 0,223 \text{ mol}.$$

Oba plyny zaujmají za normálních podmínek objem

$$V_0 = (n_{\text{H}_2} + n_{\text{O}_2})V_{\text{m}0} = 0,67 \cdot 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 15 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

Při vznícení plynu dojde k výbuchu, při kterém se uvolní vnitřní energie

a vykoná se práce

$$W = -\Delta U = H m_{\text{H}} = 143 \cdot 10^6 \cdot 9,0 \cdot 10^{-4} \text{ J} = 130 \text{ kJ}.$$

Plyn vyloučený při elektrolýze zředěné kyseliny sírové z šesti článků nabitě akumulátorové baterie za jednu hodinu proudem 4 A má za normálních podmínek objem 15 litrů. Při jeho výbuchu se uvolní energie 130 kJ.

Úlohy

- 4 Porovnejte energii uvolněnou při výbuchu plynu v příkladu 2 a elektrickou práci spotřebovanou na elektrolýzu, jestliže na baterii bylo napětí 15 V. Vysvětlete rozdíl obou hodnot.
- 5 Jak dlouho musí roztaveným oxidem hlinitým Al_2O_3 procházet proud 10 000 A při výrobě jedné tuny hliníku? Elektrochemický ekvivalent hliníku je $0,093 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{C}^{-1}$.

Příklad 4

Dvě rovnoběžné kovové destičky ve vzájemné vzdálenosti 5 cm jsou připojeny ke zdroji vysokého napětí 10 kV. Mezi destičkami je vzduch. Jakou rychlost musejí mít elektrony při lavinovité ionizaci, aby při srážce s molekulou vzduchu nastala ionizace nárazem? Jakou dráhu musí urazit? Předpokládejme, že počáteční rychlost elektronu je nulová, elektron se pohybuje ve směru siločáry elektrického pole a při srážce s molekulou jí předá všechnu energii.

Řešení

$$d = 5 \text{ cm} = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}, U = 10 \text{ kV} = 10^4 \text{ V}; v = ?, s = ?$$

Vzduch je složen převážně z dusíku a kyslíku, jejichž ionizační energie $E \approx \approx 14 \text{ eV}$ ($1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$; viz čl. 4.4). Elektron o hmotnosti m_e získá tuto energii působením elektrické síly F_e a pro jeho kinetickou energii v okamžiku srážky platí

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = E.$$

Odtud dostaneme

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 14 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 2,2 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Pohyb v elektrickém poli ve směru siločáry můžeme považovat za pohyb rovnoměrně zrychlený se zrychlením

$$a = \frac{F_e}{m_e} = \frac{eE}{m_e} = \frac{e}{m_e} \frac{U}{d},$$

kde e je náboj elektronu.

Pro rovnoměrně zrychlený pohyb platí

$$v = at \quad \text{a} \quad s = \frac{1}{2}at^2.$$

Vyloučením času z těchto vztahů dostaneme po dosazení a úpravě pro dráhu elektronu

$$\begin{aligned} s &= \frac{1}{2} \frac{v^2}{a} = \frac{Ed}{U} = \frac{14 \cdot 5,0 \cdot 10^{-2}}{10^4} \text{ m} = \\ &= 7,0 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 0,07 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Ionizace nárazem nastává při rychlosti elektronu $2,2 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, kterou získá po uražení dráhy 0,07 mm.

Úlohy

- 6** Jak by se změnil pohyb elektronu v příkladu 4, kdyby jeho náboj byl poloviční a hmotnost dvojnásobná?
- 7** Určete intenzitu elektrického pole mezi kovovými destičkami v příkladu 4.
- 8** Ionizační komorou prochází nasycený proud $0,04 \mu\text{A}$. Kolik iontů musí vznikat v 1 cm^3 ionizační komory každou sekundu, aby se ionizační proud udržel?

Cvičení 4 STACIONÁRNÍ MAGNETICKÉ POLE

Příklad 1

Konce přímého vodorovného vodiče délky 8 cm jsou zavěšeny na svislé pružiny o stejné tuhosti $20 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. Vodičem prochází proud 2,5 A. Určete prodloužení pružin, jestliže je vodič v homogenním magnetickém poli o magnetické indukci 0,6 T. Magnetické indukční čáry jsou vodorovné a kolmé na vodič.

Řešení

$$l = 8 \text{ cm} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ m}, k = 10 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}, I = 2,5 \text{ A}, B = 0,6 \text{ T}; y = ?$$

Tuhost pružiny k určuje prodloužení pružiny působením síly F . Za předpokladu, že prodloužení y je přímo úměrné působící síle, je celková síla pružnosti dvou pružin

$$F = 2ky.$$

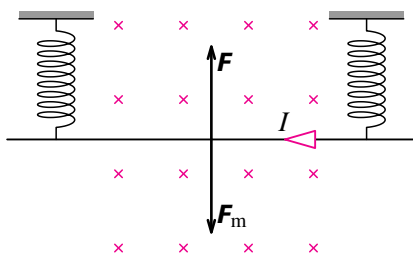
Na vodič s proudem, který je kolmý k vodorovným indukčním čarám magnetického pole, působí magnetická síla o velikosti

$$F_m = BIl,$$

která má svislý směr. Podle směru proudu může mít směr svisle nahoru nebo svisle dolů. Směr síly určíme Flemingovým pravidlem. V případě, že indukční čáry a proud I mají směr patrný z obr. C4-1, míří magnetická síla dolů a prodloužení pružiny

$$y = \frac{BIl}{2k} = \frac{0,6 \cdot 2,5 \cdot 8 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10} \text{ m} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 3 \text{ mm}.$$

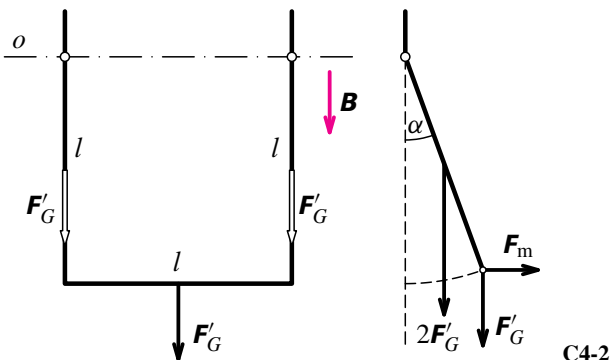
Pružina se působením magnetické síly prodlouží o 3 mm.



C4-1

Příklad 2

Měděný vodič o průměru 6 mm je ohnuto do tvaru patrného z obr. C4-2 a upevněno tak, že se může volně otáčet kolem vodorovné osy o . Vodič je umístěn v homogenním magnetickém poli, jehož indukční čáry jsou svislé. Velikost magnetické indukce pole je 0,1 T. Určete úhel, o který se vodič vychýlí ze svislého směru, jestliže jím prochází proud 10 A. Hustota mědi $\rho_{\text{Cu}} = 9 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

**Řešení**

$$d = 6 \text{ mm} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \quad B = 0,1 \text{ T}, \quad I = 10 \text{ A}, \quad \rho_{\text{Cu}} = 9 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}; \quad \alpha = ?$$

Na vodič působí následující síly:

1. Magnetická síla F_m o velikosti

$$F_m = BIl.$$

2. Tíhová síla F_G , která je výslednicí složek F'_G , jejichž působíště je patrné z obr. C4-2. Složka F'_G má velikost

$$F'_G = \frac{\pi}{4} d^2 l \rho_{\text{Cu}} g.$$

Vodič považujeme za tuhé těleso, které se působením uvedených sil vychýlí o hledaný úhel α . Ve vychýlené poloze nastává rovnováha momentů sil:

$$F_m l \cos \alpha - F'_G l \sin \alpha - 2F'_G \frac{l}{2} \sin \alpha = 0.$$

Po dosazení a úpravě dostaneme

$$BI \cos \alpha - \frac{\pi}{2} d^2 \rho_{\text{Cu}} g \sin \alpha = 0$$

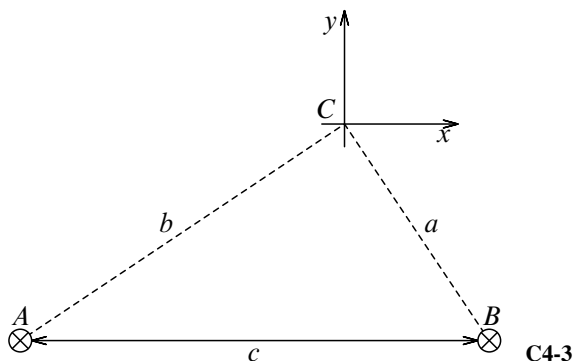
a odtud

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \alpha &= \frac{IB}{\frac{1}{2} \pi d^2 \varrho_{\text{Cu}} g} = \frac{10 \cdot 0,1}{\frac{1}{2} \pi \cdot (6 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 9 \cdot 10^3 \cdot 10} \approx 0,20, \\ \alpha &\approx 11^\circ.\end{aligned}$$

Vodič se vychýlí od svislého směru přibližně o úhel 11° .

Příklad 3

Dva dlouhé rovnoběžné vodiče jsou ve vzájemné vzdálenosti $|AB|$ a prochází jimi stejný proud (obr. C4-3). Bod C je ve vrcholu pravouhlého trojúhelníku, v němž vzdálenost od prvního vodiče je $|AC|$ a vzdálenost od druhého vodiče je $|BC|$. Dokažte, že složka magnetické indukce na ose y výsledného magnetického pole vytvářeného oběma proudy je v bodě C nulová.



Řešení

$$|AC| = b, |BC| = a; B_{Cy} = ?$$

První vodič vytváří magnetické pole, které má v bodě C magnetickou indukci popsanou vektorem $\mathbf{B}_A$. Vektorová přímka tohoto vektoru je tečnou k magnetické indukční čáře procházející bodem C a směr vektoru určíme Ampèrovým pravidlem pravé ruky. Velikost magnetické indukce

$$B_A = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{b}$$

a složka do osy y má souřadnici

$$B_{Ay} = -\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{b} \cos \alpha.$$

Podobně najdeme složku magnetické indukce pole vytvářeného druhým vodičem

$$B_{By} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \cos \beta.$$

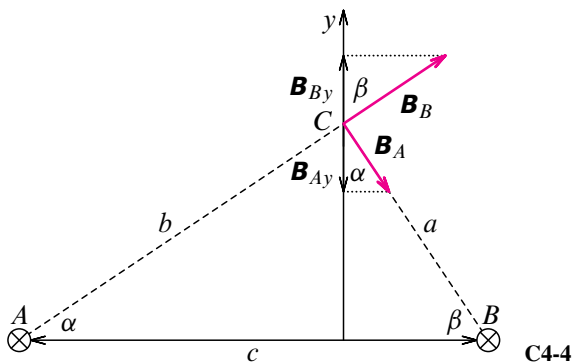
Poněvadž

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \text{a} \quad \cos \beta = \frac{a}{c},$$

je výsledná složka v bodě C

$$\begin{aligned} B_{Cy} &= -\frac{\mu_0 I}{2\pi b} \cos \alpha + \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \cos \beta = \\ &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(-\frac{1}{b} \cos \alpha + \frac{1}{a} \cos \beta \right) = 0. \end{aligned}$$

Dokázali jsme, že výsledná složka B_{Cy} magnetické indukce je nulová.



Příklad 4

Dva dlouhé rovnoběžné vodiče s proudy I_1 a I_2 jsou ve vzájemné vzdálenosti 12 cm. Měřením magnetické indukce na spojnici kolmé k oběma vodičům bylo zjištěno, že magnetická indukce ve vzdálenosti 8 cm od prvního vodiče je nulová ($B = 0$). Proud $I_1 = 6$ A. Určete velikost a směr proudu ve druhém vodiči. Kde na spojnici vodičů by byla magnetická indukce nulová, kdybychom změnili směr proudu v jednom vodiči?

Řešení

$$d_{12} = 12 \text{ cm}, d = 8 \text{ cm}, I_1 = 6 \text{ A}; I_2 = ?$$

Ve vzdálenosti d_0 je velikost magnetické indukce prvního vodiče

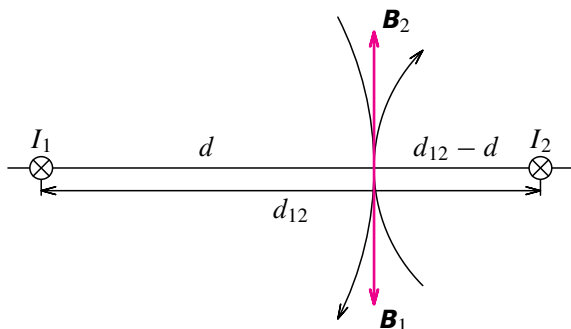
$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1}{d}$$

a ve stejném bodě je velikost magnetické indukce druhého vodiče

$$B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_2}{d_{12} - d}.$$

Magnetická indukce výsledného magnetického pole bude nulová, když $B_1 = B_2$ a směry vektorů magnetické indukce budou opačné, čili v případě, že jsou směry proudu v obou vodičích souhlasné (obr. C4-5). Z této podmínky dostaneme

$$\begin{aligned} \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1}{d} &= \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_2}{d_{12} - d}, \\ I_2 &= I_1 \frac{d_{12} - d}{d} = 6 \text{ A} \cdot \frac{(12 - 8) \text{ cm}}{8 \text{ cm}} = 3 \text{ A}. \end{aligned}$$



C4-5

V případě, že budou mít proudové opačný směr, zvětší se magnetická indukce ve všech bodech na spojnici mezi vodiči. Bod s nulovou magnetickou indukcí bude na prodloužené spojnici ve vzdálenosti d' vně vodiče s menším proudem. Platí

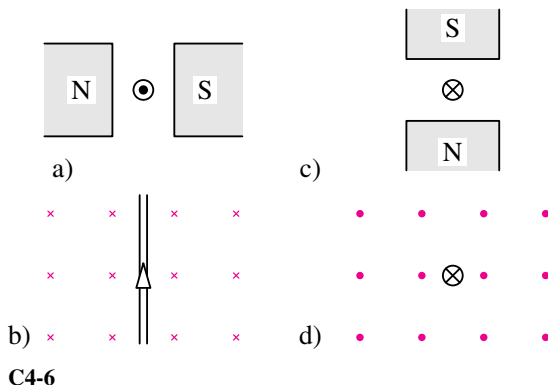
$$\begin{aligned} \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1}{d_{12} + d'} &= \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_2}{d'}, \\ d' &= d_{12} \frac{I_2}{I_1 - I_2} = 12 \frac{3}{6 - 3} \text{ cm} = 12 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Bod s nulovou hodnotou magnetické indukce je na prodloužené spojnici vodičů ve vzdálenosti 12 cm od vodiče s proudem I_2 .

Úlohy

První tři úlohy řešte ve skupinách A a B.

- 1** Na obr. C4-6 je vyznačeno několik případů silového působení magnetického pole na vodič s proudem. Překreslete si do svých sešitů případy:



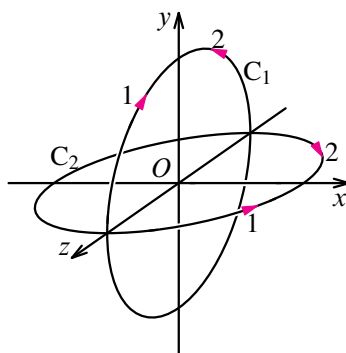
Skupina A – a, b

Skupina B – c, d

Vyznačte směr magnetické síly v jednotlivých případech.

Poznámka: Značky $\odot$ a $\otimes$ znamenají, že + pól zdroje napětí je za nákresem, popř. před nákresem. Značky $\times$ a $\bullet$ znamenají, že magnetické indukční čáry míří za nákresem a před nákresem.

- 2** Rovinné cívky C_1 a C_2 leží v rovinách navzájem kolmých (obrázek C4-7) a v bodě O vzbuzuje proud v cívkách magnetické pole, jehož magnetická indukce má velikost $1,4 \cdot 10^{-3}$ T. Určete velikost a směr vektoru magnetické indukce výsledného pole v následujících případech:



C4-7

Skupina A

Případ	Směr proudu v cívice	
	C_1	C_2
a	1	1
b	1	2

- 3** Vodič, kterým prochází proud 3 A, je umístěn v homogenním magnetickém poli, jehož magnetická indukce má velikost 20 mT. Určete sílu, která působí na 10 cm vodiče, jestliže vodič svírá s indukčními čarami úhel 45° .

- 4** Přímý vodič s proudem 4 A svírá úhel 60° s indukčními čarami homogenního magnetického pole, jehož magnetická indukce má velikost 0,68 T. Aktivní délka vodiče je 0,15 m. Určete velikost síly působící na vodič.

- 5** Na přímý vodič s proudem 6 A působí v homogenním magnetickém poli síla o velikosti 0,45 N. Magnetická indukce pole má velikost 0,5 T. Určete aktivní délku vodiče, jestliže s indukčními čarami svírá úhel 60° .

- 6** Jaký úhel svírá přímý vodič se směrem magnetických indukčních čar homogenního magnetického pole, jestliže na aktivní délku 8 cm vodiče v homogenním poli o magnetické indukci 0,2 T působí magnetická síla o velikosti 0,078 N? Vodičem prochází proud 5 A. Určete úhel, který svírá vodič s indukčními čarami magnetického pole.

- 7** V homogenním magnetickém poli, jehož indukční čáry jsou svislé, je na dvou vlákních zavěšen vodič délky 20 cm o hmotnosti 40 g. Konce vodiče jsou připojeny ke zdroji proudu pomocí ohebných přívodů, které jsou vně pole. Vodičem prochází proud 20 A a magnetické pole má magnetickou indukci o velikosti 0,1 T. Určete úhel, o jaký se vychýlí závěs ze svislého směru.

- 8** Na vodorovných vodivých tyčích ve vzájemné vzdálenosti 6 cm leží kolmo k tyčím volně pohyblivý vodič o hmotnosti 50 g. Tyče jsou umístěny v homogenním magnetickém poli o magnetické indukci 60 mT, jehož magnetické indukční čáry jsou svislé. Určete velikost proudu, který musí

Skupina B

Případ	Směr proudu v cívice	
	C_1	C_2
a	2	2
b	2	1

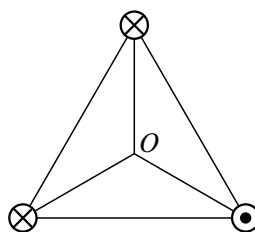
- 3** Na vodič délky 4 cm, kterým prochází proud 5 A, působí v magnetickém poli o magnetické indukci 0,2 T síla 20 mN. Jaký úhel svírá vodič se směrem indukčních čar?

procházet tyčí, aby se začala pohybovat. Součinitel smykového tření mezi vodičem a tyčemi je 0,10.

9 Dvěma rovnoběžnými vodiči ve vzájemné vzdálenosti 3 cm procházejí stejně velké proudy 15 A. Určete velikost magnetické indukce výsledného magnetického pole vodičů v bodě uprostřed jejich kolmé spojnice.

10 Dvěma rovnoběžnými vodiči, jejichž vzájemná vzdálenost je 3 cm, procházejí opačnými směry proudy 10 A a 4 A. Jak je třeba umístit v rovině těchto vodičů třetí rovnoběžný vodič s proudem, aby výslednice sil působících na tento vodič byla nulová? Záleží na směru proudu v třetím vodiči?

11 Tři dlouhé rovnoběžné vodiče jsou ve vzduchu ve vzájemné vzdálenosti 15 cm a prochází jimi stejný proud 12 A. Směry proudů ve vodičích jsou naznačeny na obr. C4-8 (viz poznámku v úloze 1). Určete magnetickou indukci výsledného pole v bodě O ve stejné vzdálenosti od vodičů.



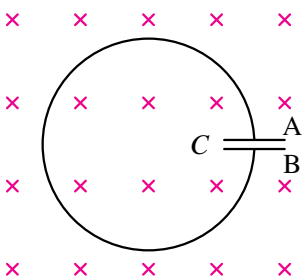
C4-8

12 Tři rovnoběžné vodiče leží vedle sebe ve vodorovné rovině a vzdálenost mezi vodiči je 5 cm. Každým z vodičů prochází proud 10 A, přičemž prvním a druhým (středním) vodičem prochází tento proud souhlasným směrem a třetím vodičem prochází opačným směrem. Určete velikost síly, která působí na jednotku délky každého z vodičů.

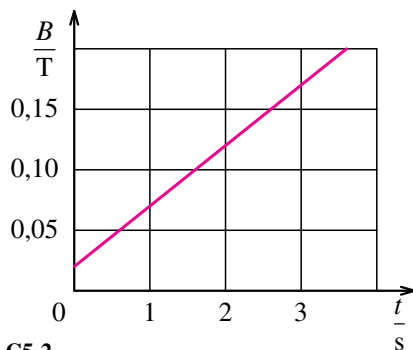
Cvičení 5 NESTACIONÁRNÍ MAGNETICKÉ POLE

Příklad 1

Vodič vytváří elektrický obvod ve tvaru kroužku (obr. C5-1) o ploše 400 cm^2 . V obvodu je zapojen kondenzátor o kapacitě $10 \mu\text{F}$. Obvod je v homogenním magnetickém poli, jehož vektor magnetické indukce $\mathbf{B}$ je kolmý k ploše kroužku a jeho velikost se mění podle grafu na obr. C5-2. Určete maximální náboj na deskách kondenzátoru a maximální energii elektrického pole kondenzátoru. Která deska kondenzátoru má kladný náboj?



C5-1



C5-2

Řešení

$$S = 400 \text{ cm}^2 = 4,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2, C = 10 \mu\text{F} = 10^{-5} \text{ F}; Q_{\max} = ?, E_{\text{e max}} = ?$$

Magnetická indukce se mění rovnoměrně (je lineární funkcí času) a z grafu na obr. C5-2 je patrné, že pro velikost magnetické indukce platí vztah

$$B = (2 + 5t) \cdot 10^{-2} \text{ T}.$$

To znamená, že indukované napětí U_i má konstantní velikost a je to současně maximální napětí kondenzátoru. Platí

$$\begin{aligned} |U_i| &= \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta B S}{\Delta t} = \\ &= \frac{5,0 \cdot 10^{-2} \cdot 4,0 \cdot 10^{-2}}{1} \text{ V} = 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ V}. \end{aligned}$$

Maximální náboj kondenzátoru

$$Q_{\max} = C U_i = 10^{-5} \cdot 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ C} = 2,2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

a maximální energie elektrického pole kondenzátoru

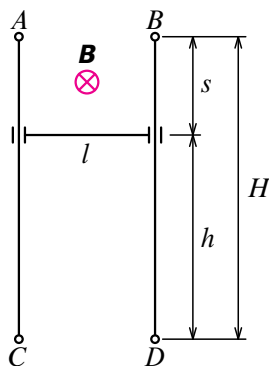
$$E_{e \max} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{(2,0 \cdot 10^{-8})^2}{2 \cdot 10^{-5}} \text{ J} = 2,0 \cdot 10^{-11} \text{ J}.$$

Maximální náboj na deskách kondenzátoru je $2,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ a maximální energie elektrického pole kondenzátoru je $2,0 \cdot 10^{-11} \text{ J}$.

Poněvadž se magnetická indukce magnetického pole zvětšuje a magnetické indukční čáry míří za nákresnu, indukuje se ve vodiči proud takového směru, že jeho magnetické indukční čáry míří opačným směrem. To znamená, že proud v kroužku má směr proti pohybu hodinových ručiček a tímto proudem se kladně nabíjí deska B kondenzátoru.

Příklad 2

Po dvou rovnoběžných svislých vodičích (obr. C5-3) klouže bez tření, ale s dokonalým vodivým dotykem vodič délky l o hmotnosti m . Vodiče jsou umístěny v homogenním magnetickém poli o magnetické indukci $\mathbf{B}$, jejíž vektor je kolmý k nákresně. Určete napětí mezi body A, B jako funkci výšky h . Jak se vodič bude pohybovat, jestliže k bodům A, B připojíme rezistor o odporu R ?



C5-3

Řešení

Indukované napětí na koncích vodiče je určeno vztahem $U_i = Blv$. Poněvadž se vodič pohybuje volným pádem, má jeho rychlost velikost $v = gt$. Pomocí vztahu pro dráhu volného pádu

$$s = H - h = \frac{1}{2}gt^2$$

dostaneme

$$v = \sqrt{2g(H - h)}$$

a pro indukované napětí platí vztah

$$|U_i| = Bl\sqrt{2g(H - h)}.$$

Jestliže k bodům A , B připojíme rezistor, vznikne indukovaný proud

$$I = \frac{U_i}{R} = \frac{Blv}{R}$$

a na vodič působí magnetická síla o velikosti

$$F_m = BIl = \frac{B^2 l^2 v}{R}.$$

Tato síla má opačný směr než tíhová síla $F_G = mg$, která vodič uvádí do pohybu. Podle druhého pohybového zákona $ma = F_G - F_m$ a pro velikost zrychlení a vodiče platí po dosazení a úpravě

$$a = g - \frac{B^2 l^2 v}{mR}.$$

Příklad 3

Cívka o indukčnosti $0,5 \text{ H}$ je připojena ke zdroji stejnosměrného napětí $3,0 \text{ V}$. Odpor R vinutí cívky i vnitřní odpor R_i zdroje je velmi malý. Určete dobu, za kterou proud v cívce po jejím připojení ke zdroji vzroste o $2,4 \text{ A}$.

Řešení

$$L = 0,5 \text{ H}, U_e = 3,0 \text{ V}, \Delta I = 2,4 \text{ A}; t = ?$$

Po připojení cívky ke zdroji napětí se proud začne zvětšovat a vzhledem k tomu, že odpor celého obvodu je velmi malý, bude proud narůstat přibližně rovnoměrně. Indukované napětí

$$U_i = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

svými účinky působí proti napětí zdroje, takže Ohmův zákon pro celý obvod napíšeme ve tvaru

$$I = \frac{U_e - L \frac{\Delta I}{\Delta t}}{R + R_i}.$$

Poněvadž $(R + R_i) \approx 0$, je také $I(R + R_i) \approx 0$, a tedy $U_e \approx L \Delta I / \Delta t$. Odtud

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{U_e}{L}$$

a doba Δt , za kterou proud vzroste o 2,4 A, bude

$$\Delta t = \frac{\Delta I L}{U_e} \approx \frac{2,4 \cdot 0,5}{3,0} \text{ s} = 0,4 \text{ s}.$$

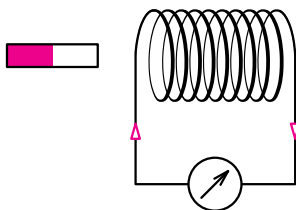
Proud v cívce vzroste o 2,4 A za 0,4 s.

Úlohy

První tři úlohy řešte samostatně ve skupinách

Skupina A

- 1 Kterým směrem se pohyboval magnet na obr. C5-4a, jestliže se v cívce indukoval proud, který má směr šipek? Severní pól magnetu je vyznačen barvou.



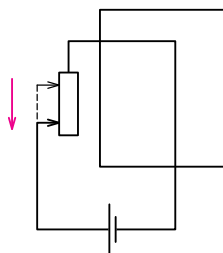
C5-4a

- 2 Magnetický indukční tok procházející cívkou s 80 závitů se za dobu 5 s rovnoměrně změnil z $3,0 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$ na $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$. Určete střední hodnotu indukovaného napětí na koncích cívky.

- 3 Proud procházející cívkou rovnoměrně vzrostl z 0,2 A na 2,4 A za dobu 0,44 s. Střední indukované napětí na cívce je $-0,18 \text{ V}$. Určete indukčnost cívky.

Skupina B

- 1 Změnou odporu reostatu naznačenou na obr. C5-4b se změní velikost proudu v obvodu. Určete směr indukovaného proudu v uzavřené vodivé smyčce rovnoběžné s rovinou obvodu.



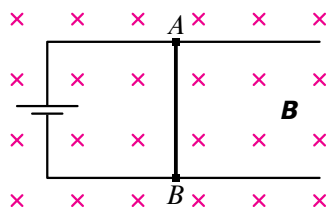
C5-4b

- 2 V kterém případě bude indukované napětí ve vodivé smyčce větší? Zmenší-li se magnetický indukční tok smyčkou z 1,0 Wb na nulovou hodnotu za 0,5 s, nebo zvětší-li se z nulové hodnoty na 1,0 Wb za 0,1 s? Jaká bude polarita indukovaných napětí?

- 3 Proud procházející cívkou o indukčnosti 0,8 H se za dobu 60 ms zmenšil o 1,8 A. Určete elektromotorické napětí, které se v cívce indukovalo.

- 4 Rovinná cívka kruhového tvaru má 200 závitů o poloměru 10 cm. Cívka je připojena ke kondenzátoru o kapacitě $20 \mu\text{F}$ a je umístěna v homogenním magnetickém poli, jehož magnetická indukce se rovnoměrně zmenšuje o $10^{-2} \text{ T} \cdot \text{s}^{-1}$. Indukční čáry magnetického pole jsou kolmé k ploše závitů cívky. Určete náboj na deskách kondenzátoru.
- 5 V homogenním magnetickém poli o magnetické indukci $12,5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ je umístěn čtvercový rámeček o délce strany 2 cm. Magnetické indukční čáry jsou kolmé k ploše rámečku. Odpor vodiče, z něhož je rámeček zhotoven, je 1Ω . Určete proud, který projde vodičem, jestliže rámeček rovnoměrně vysuneme rychlostí $0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ z magnetického pole ve směru kolmém k indukčním čarám. Pole je ostře ohraničeno a dvě strany rámečku jsou rovnoběžné s touto hranicí.
- 6 V homogenním magnetickém poli je kolmo k indukčním čarám umístěn rovinný kruhový závit, jehož vnitřní plocha má obsah 1 cm^2 . Odpor závitu je $10^{-3} \Omega$. Určete teplo, které vzniklo v závitě, jestliže se za dobu 1 s magnetická indukce zmenšila o $10^{-2} \text{ Wb} \cdot \text{m}^{-2}$. Odpor závitu se s teplotou nemění.
- 7 Měděný kroužek o poloměru 4,8 cm je umístěn v homogenním magnetickém poli o magnetické indukci 12 mT, jehož indukční čáry jsou kolmé k rovině kroužku. Kroužek je rovnoměrným pohybem za dobu 25 ms vysunut z magnetického pole. Určete střední hodnotu proudu v kroužku. Kroužek je zhotoven z vodiče o průměru 2 mm. Rezistivita mědi je $1,8 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$.

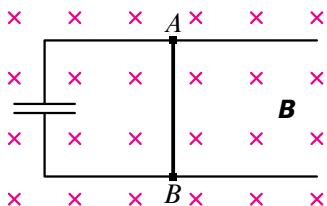
- 8 Přímý vodič délky 1 m (AB na obr. C5-5) o odporu 2Ω se nachází v homogenním magnetickém poli o magnetické indukci $0,1 \text{ T}$. Napětí zdroje je 1 V. Vektor magnetické indukce je kolmý k vodiči. Určete proud procházející vodičem, jest-



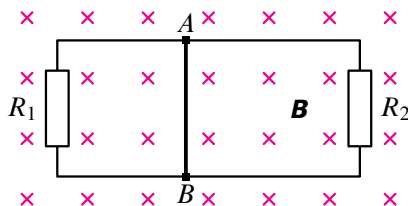
C5-5

liže a) vodič je v klidu, b) vodič se pohybuje vpravo rychlostí $4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, c) vodič se pohybuje rychlostí $4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ vlevo. Kterým směrem a jakou rychlostí se vodič musí pohybovat, aby jím neprocházela žádný proud? Kterým směrem se musí vodič pohybovat, aby jím procházel stejný proud jako v klidu?

- 9** Podél rovnoběžných vodičů ve vzájemné vzdálenosti 20 cm se bez tření, ale s vodivým kontaktem pohybuje rychlostí $0,50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ vodič AB (obr. C5-6). Ke koncům vodičů je připojen kondenzátor o kapacitě $20 \mu\text{F}$. Vzniklý obvod je umístěn v homogenním magnetickém poli o magnetické indukci $0,10 \text{ T}$ tak, že magnetické indukční čáry jsou kolmé k rovině vymezené obvodem. Určete náboj kondenzátoru a polaritu napětí kondenzátoru, jestliže se vodič AB pohybuje vpravo a vektor $\mathbf{B}$ míří za nákresnu.

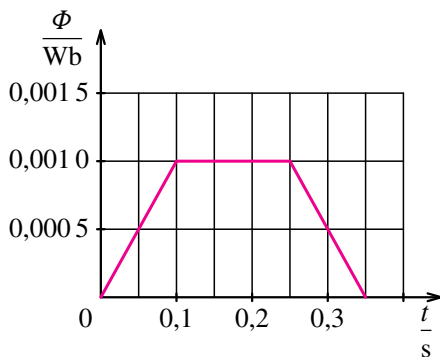


C5-6



C5-7

- 10** Vodič délky $0,30 \text{ m}$ o odporu $1,0 \Omega$ se pohybuje bez tření a v kontaktu podél rovnoběžných vodičů, k jejichž koncům jsou připojeny rezistory o odporu $R_1 = 3,0 \Omega$ a $R_2 = 6,0 \Omega$ (obr. C5-7). Vzniklý obvod je umístěn v homogenním magnetickém poli tak, že vektor magnetické indukce o velikosti $0,40 \text{ T}$ je kolmý k rovině obvodu. Určete proud v pohyblivém vodiči, který se pohybuje rychlostí $5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a proudy v rezistorech R_1 a R_2 . Jaký mechanický výkon je nutný k udržení pohybu vodiče?
- 11** Magnetický indukční tok cívkou se 400 závitů se v závislosti na čase mění podle grafu na obr. C5-8. Nakreslete graf závislosti napětí indukovaného na koncích cívky na čase.



C5-8

- 12** Zvětšením proudu procházejícího cívkou o $2,0\text{ A}$ se energie magnetického pole zvětšila o 10 mJ . Určete indukčnost cívky, jestliže střední hodnota proudu byla 5 A .

Cvičení 6 STŘÍDAVÝ PROUD

Příklad 1

Každá skutečná cívka má vedle indukčnosti L také určitý odpor R . To způsobuje, že fázové posunutí střídavého proudu a napětí v obvodu s cívkou není $\frac{1}{2}\pi$, ale je vždy menší. Určete odpor cívky o indukčnosti 0,6 H, jestliže fázový posun napětí a proudu v cívce je $\frac{2}{5}\pi$. Frekvence střídavého proudu je 50 Hz.

Řešení

$$L = 0,6 \text{ H}, \varphi = \frac{2}{5}\pi, f = 50 \text{ Hz}; R = ?$$

Skutečnou cívku můžeme považovat za obvod s RL v sérii, jehož fázorový diagram je na obr. C6-1 (viz **Ř7.1**). Z něho vyplývá, že

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L}{U_R} = \frac{IX_L}{IR} = \frac{\omega L}{R}.$$

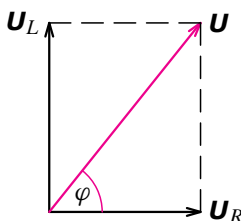
Odtud dostaneme vztah

$$R = \frac{2\pi fL}{\operatorname{tg} \varphi}$$

a po dosazení ($\operatorname{tg} \frac{2}{5}\pi = \operatorname{tg} 72^\circ \approx 3,1$)

$$R = \frac{2\pi \cdot 50 \cdot 0,6}{3,1} \Omega \approx 61 \Omega.$$

Cívka má odpor přibližně 61 Ω .



C6-1

Příklad 2

Cívka je připojena ke zdroji střídavého napětí 9 V a prochází jí proud 5,7 mA. Frekvence střídavého napětí je 50 Hz. Jakou kapacitu musí mít kondenzátor, který sériově připojíme k cívce, aby nastala rezonance? Odpor cívky neuvažujeme.

Řešení

$$U = 9,0 \text{ V}, I = 5,7 \text{ mA} = 5,7 \cdot 10^{-3} \text{ A}, f = 50 \text{ Hz}; C = ?$$

Aby nastala rezonance obvodu LC v sérii, musí být splněna podmínka

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}. \quad (1)$$

Indukčnost cívky určíme ze vztahu

$$X_L = \frac{U}{I} = \omega L,$$

čili

$$L = \frac{U}{I\omega}.$$

Dosadíme do rovnice (1) a po úpravě dostaneme

$$C = \frac{I}{U\omega} = \frac{5,7 \cdot 10^{-3}}{9 \cdot 2\pi \cdot 50} \text{ F} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 2 \mu\text{F}.$$

Kondenzátor musí mít kapacitu $2 \mu\text{F}$.

Příklad 3

V oscilačním obvodu, jehož cívka má indukčnost $0,20 \text{ mH}$, probíhá elektromagnetické kmitání, při němž amplituda proudu v cívce je $5,0 \text{ mA}$ a amplituda napětí na kondenzátoru je 20 mV . Určete frekvenci kmitání oscilačního obvodu a kapacitu kondenzátoru. Tlumení elektromagnetických kmitů neuvažujte.

Řešení

$$L = 0,2 \text{ mH} = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ H}, \quad I_m = 5,0 \text{ mA} = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ A}, \quad U_m = 20 \text{ mV} = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ V}; \quad f = ?, \quad C = ?$$

Jestliže kmitání elektromagnetického oscilátoru není tlumené, je energie E_m magnetického pole cívky největší v okamžiku, kdy energie E_e elektrického pole kondenzátoru je nulová a naopak. To znamená, že největší hodnoty těchto energií v průběhu periody kmitání se navzájem rovnají a platí (viz čl. 1.6 a 6.4)

$$\frac{1}{2} C U_m^2 = \frac{1}{2} L I_m^2.$$

Obě strany rovnice vynásobíme L a po úpravě dostaneme pro úhlovou frekvenci kmitání oscilačního obvodu vztah

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} = \frac{U_m^2}{L^2 I_m^2},$$

ze kterého určíme frekvenci elektromagnetického kmitání oscilátoru

$$f_0 = \frac{U_m}{2\pi L I_m} = \frac{2,0 \cdot 10^{-2}}{2\pi \cdot 2,0 \cdot 10^{-4} \cdot 5,0 \cdot 10^{-3}} \text{ Hz} \approx 3,2 \text{ Hz}.$$

Kapacitu kondenzátoru vypočítáme ze vztahu

$$C = L \frac{I_m^2}{U_m^2} = 2,0 \cdot 10^{-4} \frac{(5,0 \cdot 10^{-3})^2}{(2,0 \cdot 10^{-2})^2} \text{ F} \approx 12 \mu\text{F}.$$

Oscilační obvod kmitá s frekvencí přibližně 3,2 kHz a jeho kondenzátor má kapacitu přibližně 12 μF .

Úlohy

První tři úlohy řešte samostatně ve skupinách a výsledky řešení porovnejte s výsledky druhé skupiny.

Skupina A

- 1** Určete indukanci cívky o indukčnosti 500 mH v obvodu střídavého proudu o frekvenci 50 Hz.
- 2** Jakou kapacitu musí mít kondenzátor, aby při jeho sériovém spojení s cívkou v obvodu z předcházející úlohy nastala rezonance?
- 3** Oscilační obvod je tvořen kondenzátorem o kapacitě 2 μF a cívkou o indukčnosti 12 mH. O kolik procent se změní frekvence oscilačního obvodu, jestliže ke kondenzátoru obvodu připojíme paralelně ještě jeden kondenzátor o stejné kapacitě?
- 4** Cívkou v obvodu stejnosměrného proudu prochází při napětí 4 V proud 0,5 A. V obvodu střídavého proudu o amplitudě napětí 9 V jí prochází

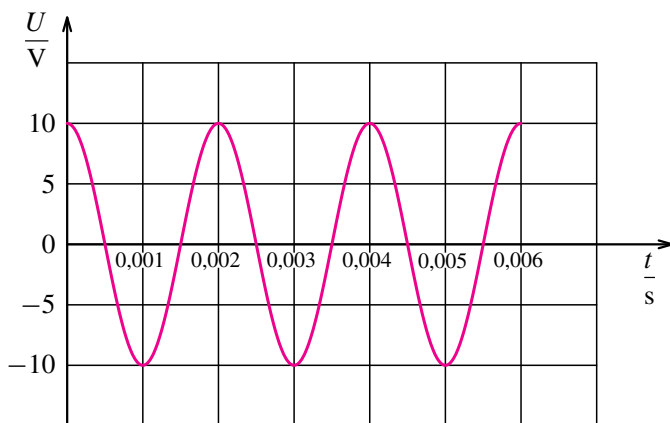
Skupina B

- 1** Určete kapacitanci kondenzátoru o kapacitě 20 μF v obvodu střídavého proudu o frekvenci 50 Hz.
- 2** Jakou indukčnost musí mít cívka, aby při jejím sériovém spojení s kondenzátorem v obvodu z předcházející úlohy nastala rezonance?
- 3** Oscilační obvod je tvořen cívkou o indukčnosti 2,5 mH a kondenzátorem o kapacitě 20 μF . O kolik procent se změní frekvence oscilačního obvodu, jestliže ke kondenzátoru připojíme sériově ještě jeden kondenzátor o stejné kapacitě?

proud o amplitudě 180 mA. Frekvence střídavého napětí je 50 Hz. Určete indukčnost cívky.

- 5 Cívka má odpor 15Ω a indukčnost 63 mH. Určete impedanci cívky v obvodu střídavého proudu o frekvenci 50 Hz.
- 6 Tlumivka o indukčnosti 2 H a odporu vinutí 20Ω je připojena nejprve ke zdroji stejnosměrného napětí 20 V a potom ke zdroji střídavého napětí o stejné hodnotě efektivního napětí a frekvenci 50 Hz. Určete proud v obvodu v obou případech.
- 7 Kondenzátor je zařazen do obvodu střídavého proudu o efektivním napětí 230 V a frekvenci 50 Hz. Obvodem prochází proud 2,5 A. Určete kapacitu kondenzátoru.
- 8 Kondenzátor o kapacitě $2 \mu\text{F}$ je sériově spojen s cívkou o indukčnosti 40 mH (odpor cívky neuvažujeme). Obvod je připojen ke zdroji střídavého napětí měnitelné frekvence. Určete, v jakém poměru jsou napětí na obou prvcích při frekvencích 200 Hz a 800 Hz. Rozhodněte, v kterém případě v obvodu převládá
 - a) induktance,
 - b) kapacitance.
- 9 Do obvodu střídavého proudu o efektivním napětí 200 V a frekvenci 50 Hz je připojen obvod tvořený sériovým spojením kondenzátoru o kapacitě $16 \mu\text{F}$ a rezistoru o odporu 150Ω . Určete impedanci obvodu, proud v obvodu a napětí na kondenzátoru a rezistoru.
- 10 Ke zdroji střídavého napětí o frekvenci 1 kHz je připojen kondenzátor o kapacitě $0,1 \mu\text{F}$ spojený sériově s cívkou o indukčnosti 0,5 H. Určete reaktanci obvodu. Při jaké frekvenci bude reaktance nulová?
- 11 V obvodu střídavého proudu o frekvenci 50 Hz je sériově zapojena žárovka, kondenzátor o kapacitě $20 \mu\text{F}$ a cívka, která má bez jádra indukčnost 0,1 H a se zasunutým jádrem 1 H. Jak se bude měnit svítivost vlákna žárovky při zasunování jádra? Při které indukčnosti bude největší?
- 12 Do obvodu střídavého proudu o frekvenci 400 Hz je zařazena cívka o indukčnosti 0,1 H. Jaká musí být kapacita kondenzátoru připojeného do obvodu, aby nastala rezonance?

- 13** Oscilační obvod s cívkou o indukčnosti 0,1 mH kmitá netlumeně podle časového diagramu na obr. C6-2. Určete kapacitu kondenzátoru. Napište rovnici okamžitého napětí na oscilačním obvodu.



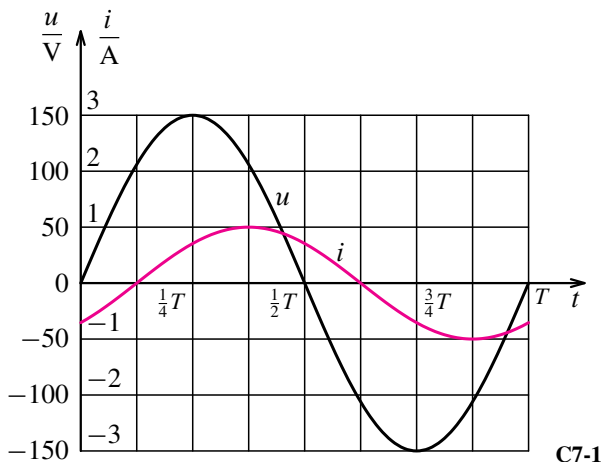
C6-2

- 14** V oscilačním obvodu s kondenzátorem o kapacitě 1 μF nastala rezonance při frekvenci 400 Hz. Ke kondenzátoru byl paralelně připojen další kondenzátor. Určete jeho kapacitu C_2 , jestliže se rezonanční frekvence snížila na polovinu původní hodnoty.

Cvičení 7 STŘÍDAVÝ PROUD V ENERGETICE

Příklad 1

Podle časového diagramu na obr. C7-1 určete fázové posunutí střídavého napětí a proudu, nakreslete fázorový diagram obou veličin, napište rovnice pro okamžité hodnoty napětí a proudu, určete efektivní hodnoty proudu a napětí a činný výkon střídavého proudu v obvodu. Frekvence střídavého napětí je 50 Hz.

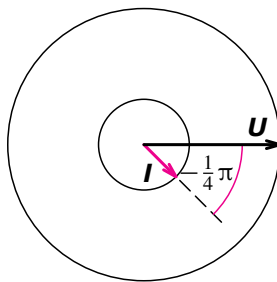


C7-1

Řešení

$$f = 50 \text{ Hz}; \varphi = ?, U = ?, I = ?, P = ?$$

Z časového diagramu napětí u je patrné, že v počátečním okamžiku $t = 0$ je $u = 0$. To znamená, že počáteční fáze napětí $\varphi_u = 0$. Okamžitá hodnota proudu je v počátečním okamžiku záporná, takže i počáteční fáze bude záporná. Proud $i = 0$ v okamžiku $t = \frac{1}{8}T$ a počáteční fáze proudu $\varphi_i = -\omega t = -\frac{1}{4}\pi$. Fázové posunutí napětí a proudu $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \frac{1}{4}\pi$.



C7-2

Z časového diagramu určíme amplitudy obou veličin: $U_m = 150 \text{ V}$, $I_m = 1 \text{ A}$. Z těchto údajů zkonstruujeme fázorový diagram (obr. C7-2).

Rovnice pro okamžitě hodnoty napětí a proudu budou mít tvar:

$$u = 150 \sin(100\pi t) \text{ V}, \quad i = \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ A}.$$

Efektivní hodnoty napětí a proudu:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{150}{\sqrt{2}} \text{ V} = 106 \text{ V} \approx 110 \text{ V},$$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ A} \approx 0,7 \text{ A}.$$

Činný výkon

$$\begin{aligned} P &= UI \cos \varphi = \frac{U_m I_m}{2} \cos \varphi = \\ &= \frac{150 \cdot 1}{2} \cos \frac{\pi}{4} \text{ W} = \frac{150\sqrt{2}}{4} \text{ W} \approx 50 \text{ W}. \end{aligned}$$

Střídavý proud má efektivní hodnotu napětí přibližně 110 V, efektivní hodnotu proudu přibližně 0,7 A a činný výkon přibližně 50 W.

Příklad 2

Dokažte, že v trojfázové soustavě střídavého proudu zapojené do hvězdy je sdružené napětí větší než napětí fázové.

Řešení

Fázová napětí u_1 a u_2 jsou popsána rovnicemi

$$u_1 = U_m \sin \omega t, \quad u_2 = U_m \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right).$$

V soustavě zapojené do hvězdy je

$$u_{12} = u_1 - u_2 = U_m \sin \omega t - U_m \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right).$$

Použijeme vztah

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

a dostaneme

$$\begin{aligned} u_{12} &= 2U_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) \sin \frac{\pi}{3} = \\ &= U_m \sqrt{3} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) = U_m \sqrt{3} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right). \end{aligned}$$

Odtud $U_{m12} = U_m \sqrt{3}$.

Ke stejnému výsledku dospějeme snadno také pomocí fázorového diagramu (viz **R8.1**).

Příklad 3

Primární cívka transformátoru s transformačním poměrem 0,1 je připojena ke zdroji síťového napětí 230 V. Sekundární vinutí má odpor $1,2 \Omega$ a prochází jím proud 5 A. Určete napětí na svorkách sekundární cívky transformátoru. Ztráty v primárním vinutí neuvažujeme.

Řešení

$$k = 0,1, U_1 = 230 \text{ V}, R_v = 1,2 \Omega, I_2 = 5 \text{ A}; U = ?$$

Pro transformaci napětí platí vztah

$$\frac{U_2}{U_1} = k,$$

z něhož pro napětí U_2 na sekundárním vinutí vyplývá

$$U_2 = kU_1 = 0,1 \cdot 230 \text{ V} = 23 \text{ V}.$$

Při proudu I_2 vzniká na vinutí o odporu R_v úbytek napětí

$$\Delta U = I_2 R_v = 5,0 \cdot 1,2 \text{ V} = 6,0 \text{ V}.$$

Na svorkách sekundárního vinutí je napětí

$$U = U_2 - \Delta U = (23 - 6,0) \text{ V} = 17 \text{ V}.$$

Úlohy

První úlohu řešte samostatně ve skupinách.

- 1** Pro okamžité hodnoty napětí a proudu v obvodu střídavého proudu platí rovnice:

Skupina A

$$u = 325 \sin 100 \pi t \text{ V}$$

$$i = 0,7 \sin \left(100 \pi t + \frac{\pi}{3} \right) \text{ A}$$

Určete:

- efektivní hodnoty napětí a proudu,
- frekvenci střídavého proudu,
- činný výkon střídavého proudu.

Skupina B

$$u = 170 \sin 100 \pi t \text{ V}$$

$$i = 2,8 \sin \left(100 \pi t + \frac{\pi}{3} \right) \text{ A}$$

Doplňující úloha

Nakreslete fázorový diagram napětí a proudu v obvodu (zvolte $50 \text{ V} \approx 1 \text{ cm}$; $0,2 \text{ A} \approx 1 \text{ cm}$). Rozhodněte, zda v obvodu střídavého proudu převažují vlastnosti indukance nebo kapacitance. Provedte společnou diskusi výsledků a odpovědi zdůvodněte.

- 2 Spotřebič v obvodu střídavého proudu má vlastnosti obvodu s RLC v sérii. Jak se bude měnit účinník obvodu při zvyšování frekvence (při přechodu přes rezonanční frekvenci)?

- 3 Napětí a proud v cívce se mění podle rovnic:

$$u = 230 \sin 100\pi t \text{ V}, \quad i = 6 \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ A}.$$

Určete činný výkon střídavého proudu.

- 4 Voltmetr v obvodu střídavého proudu ukazuje napětí 230 V , ampérmetr 10 A a wattmetr činný výkon 2 kW . Určete fázové posunutí napětí a proudu v obvodu.

- 5 Na štítku elektromotoru jsou údaje: $U = 230 \text{ V}$, $I = 4 \text{ A}$, $\cos \varphi = 0,65$. Určete činný výkon motoru.

- 6 Dokažte početně, že pro trojfázové napětí platí $u_1 + u_2 + u_3 = 0$.

- 7 Transformátor, kterým se transformuje napětí 100 V na 300 V , má uzavřené jádro, na němž vytvoříme pomocí vodiče jediný závit. Voltmetrem zjistíme, že napětí na tomto závitě je $0,5 \text{ V}$. Kolik závitů mají cívky transformátoru?

- 8 Výkon transformátoru je 5 kW . Jak velké proudy procházejí cívkami transformátoru připojeného k síťovému napětí 230 V , jestliže $k = 0,3$ a účinnost transformátoru je 1 ?

- 9 Primární cívkou transformátoru prochází při napětí 230 V proud $0,2 \text{ A}$. Sekundární cívkou současně prochází proud 6 A a napětí na svorkách cívky je $6,3 \text{ V}$. Určete účinnost transformace.

- 10 Primární vinutí transformátoru pro transformaci dolů ($k = 0,1$) je připojeno ke zdroji střídavého napětí 120 V . Odpor sekundárního vinutí transformátoru je 1Ω , sekundárním vinutím prochází proud 5 A . Určete napětí na sekundárním vinutí transformátoru. Ztráty v primárním vinutí neuvažujte.

- 11** Vedením přenosové soustavy jednofázového střídavého proudu je přenášen výkon zdroje 33 MW. Odpor vedení je $0,12 \, \Omega$. Určete ztráty ve vedení při napětí zdroje 6,6 kV a 110 kV.
- 12** Transformátor chlazený olejem transformuje výkon 10 MW s účinností 98 %. Určete teplotu oleje na výstupu z transformátoru, je-li jeho vstupní teplota $18 \, ^\circ\text{C}$. Olej má hustotu $960 \, \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$, měrnou tepelnou kapacitu $2,09 \, \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ a objemový tok oleje pláštěm transformátoru je $2,1 \, \text{l} \cdot \text{s}^{-1}$.

Cvičení 8 ELEKTROMAGNETICKÉ VLNĚNÍ

Příklad 1

Určete vlnovou délku elektromagnetického vlnění vyzařovaného vysílačem, jestliže náboj na deskách kondenzátoru v jeho oscilačním obvodu má amplitudu Q_m a proud v obvodu má amplitudu I_m . Rychlost elektromagnetického vlnění je v .

Řešení

V oscilačním obvodu se periodicky mění energie elektrického pole kondenzátoru na energii magnetického pole cívky, takže v případě, že neuvažujeme ztráty energie, je

$$E_e = E_m$$

neboli

$$\frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} = \frac{1}{2} L I_m^2.$$

Odtud najdeme

$$I_m = \frac{1}{\sqrt{LC}} Q_m = \omega_0 Q_m = 2\pi f Q_m,$$

$$f = \frac{I_m}{2\pi Q_m}.$$

Této frekvenci oscilátoru odpovídá vlnová délka elektromagnetického vlnění

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2\pi Q_m}{I_m}.$$

Příklad 2

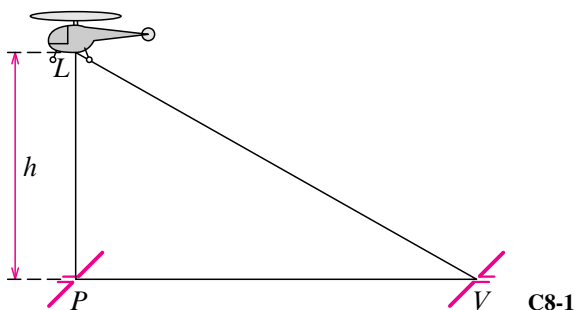
Při přeletu vrtulníku nad televizní anténou pozorujeme periodické zeslabování a zesilování televizního signálu. Je to způsobeno interferencí vlnění přijatého anténou přímo z vysílače a po odrazu od vodivých ploch na povrchu vrtulníku. Odvoďte vztah pro výšku vrtulníku nad anténou, při níž dochází k interferenčnímu zesílení signálu.

Řešení

Při odrazu od vodivé plochy se mění fáze elektromagnetického vlnění v opačnou fázi a interferenční zesílení signálu nastává v případě, že dráhový rozdíl vlnění

$$\Delta s = s_1 - s_2 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2},$$

kde $s_1 = |VP|$, $s_2 = |VL| + |LP|$ (obr. C8-1) a $k = 0, 1, 2, \dots$



Z obr. C8-1 pro výšku vrtulníku h ($h = |LP|$) vyplývá

$$h^2 = (s_2 - h)^2 - s_1^2$$

a po úpravě

$$h = \frac{s_2^2 - s_1^2}{2s_2}.$$

Při značné vzdálenosti od vysílače ($s_1 \rightarrow s_2$) dostaneme

$$h = \frac{(s_2 - s_1)(s_2 + s_1)}{2s_2} \approx s_2 - s_1,$$

takže interferenční zesílení signálu je určeno přímo podmínkou

$$h = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Příklad 3

Impulzní radiolokátor vysílá $2,5 \cdot 10^3$ radiolokačních impulsů za sekundu a každý impuls má dobu trvání $0,6 \mu\text{s}$. Určete největší a nejmenší vzdálenost objektu, kterou lze radiolokátorem zjišťovat.

Řešení

$$n = 2,5 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}, t = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ s}; l_{\min} = ?, l_{\max} = ?$$

Aby bylo možné na obrazovce identifikovat odražený impulz, musí se vrátit k anténě radiolokátoru za dobu τ , která je větší než t , ale menší než perioda T impulzů ($T = 1/n$; n je počet impulzů za sekundu).

Nejmenší vzdálenost $l_{\min}$ zjištěná radiolokátorem tedy bude

$$l_{\min} = \frac{ct}{2} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 0,6 \cdot 10^{-6}}{2} \text{ m} = 90 \text{ m}$$

a největší vzdálenost

$$l_{\max} = \frac{cT}{2} = \frac{c}{2n} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 2,5 \cdot 10^3} \text{ m} = 6 \cdot 10^4 \text{ m} = 60 \text{ km}.$$

Radiolokátorem lze zjišťovat objekty v nejmenší vzdálenosti 90 m a v největší vzdálenosti 60 km.

Úlohy

První dvě úlohy řešte samostatně ve skupinách.

Skupina A

- 1** Anténní dipól pro příjem televizního vysílání má délku 0,32 m. Pro jakou frekvenci televizního vysílače je určen?
- 2** Radiolokátor vyslal impulz elektromagnetického vlnění směrem k vodivé překážce a jeho přijímač zaregistroval odražený impulz za 60 μs . Určete vzdálenost překážky od radiolokátoru.

Skupina B

- 1** Televizní vysílač v televizním pásmu UHF (*Ultra High Frequency*) pracuje s frekvencí 470 MHz. Určete délku dipólu pro příjem tohoto vysílání.
- 2** Vodivá překážka je ve vzdálenosti 12 km od radiolokátoru. Jaká doba uplyne mezi vysláním radiolokačního impulzu a jeho příjmem v radiolokátoru?
- 3** Dlouhé elektromagnetické vlny (DV) v pásmu 30 kHz až 300 kHz se dnes již k rozhlasovému vysílání prakticky nepoužívají. V tomto pásmu však pracuje např. vysílač DCF77 umístěný v Německu blízko Frankfurtu nad Mohanem, který plní funkci frekvenčního a časového standardu pro Evropu. Frekvence vysílače je 77,5 kHz a jeho signálem se seřizují rádiem

řízené hodiny. Určete vlnovou délku elektromagnetického vlnění vysílače. Proč nelze tuto službu realizovat vysílačem např. v pásmu VKV?

- 4 Pro monitorování nouzového volání (SOS, mayday) v lodní a letecké dopravě se používají frekvence rádiového vysílání 2 182 kHz (lodi) a 121,5 MHz (letadla). Určete vlnovou délku těchto vysílání.
- 5 Za dipólem přijímací antény je pohyblivě umístěna vodivá deska. Při vzdalování desky od dipólu zjistíme, že se přijatý signál periodicky zesiluje a zeslabuje. Vzdálenost dvou sousedních poloh desky, v nichž nastalo zesílení signálu, je 65 cm. Určete frekvenci, na které pracuje vysílač.
- 6 Určete délku půlvlnného dipólu, jehož základní frekvence odpovídá frekvenci oscilačního obvodu s kondenzátorem o kapacitě 10 pF a cívkou o indukčnosti 0,9 μH .
- 7 Určete délku půlvlnného dipólu pro vysílání a příjem elektromagnetického vlnění o frekvenci 430 MHz ve vzduchu a ve vodě ($\epsilon_r = 81$; $\mu_r = 1$).
- 8 Elektromagnetické vlnění o vlnové délce 240 m proniká ze vzduchu do stejnorodého prostředí, v němž se šíří rychlostí $2 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Určete vlnovou délku elektromagnetického vlnění v tomto prostředí.
- 9 Radiolokátor je určen pro radiolokaci cílů ve vzdálenosti větší než 30 km. Určete maximální počet impulzů, které radiolokátor vyšle za sekundu.
- 10 Radiolokátor vysílá za sekundu 4 000 impulzů elektromagnetického vlnění o vlnové délce 15 cm. Doba trvání jednoho impulzu je 0,02 μs . Určete, kolik kmitů obsahuje jeden impulz a do jaké největší vzdálenosti lze radiolokátorem určovat cíle.
- 11 Výkonné radiolokátory umožňují experimentálně zjišťovat vzdálenost kosmických objektů. Při radiolokaci Měsíce se impulz odražený od jeho povrchu vrátil za 2,563 s. Určete vzdálenost Měsíce.
- 12 Pro přenos vysokofrekvenčních signálů se používají koaxiální kabely (obr. C8-2). Tvoří je vnitřní měděný vodič obklopený dielektrikem a vně dielektrika je vodivý válec např. v podobě měděné sítky. Povrch kabelu tvoří vrstva PVC. Jako dielektrikum se používá obvykle pevný polyethylen (PE) nebo pěnový polyethylen (FPE, z angl. *foam polyethylene*). Relativní permitivita PE $\epsilon_r = 2,30$ a FPE $\epsilon_r = 1,42$, oba materiály mají relativní permeabilitu $\mu_r = 1$. Elektromagnetické vlnění se koaxiálním kabelem

šíří menší rychlostí než ve vzduchu. Určete rychlost elektromagnetického vlnění v obou druzích koaxiálních kabelů. Uvažte, proč má FPE menší permitivitu než PE.



C8-2

VÝSLEDKY ÚLOH

Cvičení 1

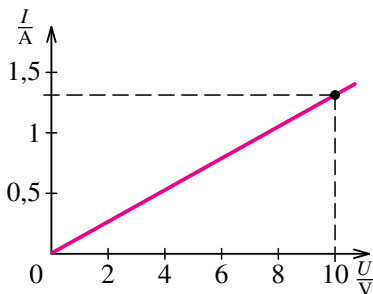
1. $1,7 \cdot 10^8$; $100 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$. **2.** $0,18 \text{ J}$; $0,06 \text{ J}$; 0 N ; $3,2 \text{ N}$. **3.** $1 : 2$. **4. A:** Pokud využijeme všechny čtyři kapacity: $1/4 \mu\text{F}$, $2/5 \mu\text{F}$, $3/5 \mu\text{F}$, $3/4 \mu\text{F}$, $1,0 \mu\text{F}$, $4/3 \mu\text{F}$, $5/3 \mu\text{F}$, $5/2 \mu\text{F}$ a $4,0 \mu\text{F}$; **B:** Pokud využijeme všechny tři kapacity: $4/7 \mu\text{F}$, $6/7 \mu\text{F}$, $10/7 \mu\text{F}$, $12/7 \mu\text{F}$, $7/3 \mu\text{F}$, $14/5 \mu\text{F}$, $14/3 \mu\text{F}$ a $7,0 \mu\text{F}$. **5. A:** $40 \mu\text{C}$; 40 V ; 20 V ; větší energii bude mít kondenzátor s menší kapacitou; **B:** $200 \mu\text{C}$; $1 \cdot 10^{-2} \text{ J}$.

Cvičení 2

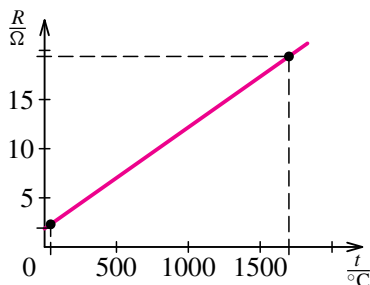
1. A: 24 C ; **B:** 15 V . **2. A:** $0,37 \text{ A}$; **B:** 9 V . **3.** 150 mA , 75 mA , 75 mA , 45 mA , 30 mA , $4,5 \text{ V}$, $7,5 \text{ V}$, $3,0 \text{ V}$, $4,5 \text{ V}$, $1,5 \text{ V}$, $3,0 \text{ V}$. **4.** $2,3 \text{ V}$; $0,14 \text{ A}$. **5. A:** $2,0 \text{ V}$, $4,0 \text{ V}$, $3,8 \text{ V}$; **B:** 310 mA . **6. A:** 11Ω ; $2,9 \Omega$; 79% . **B:** 150 W ; 19% . **7.** $2,6 \text{ V}$; $1,0 \text{ A}$; $0,8 \text{ A}$; $0,2 \text{ A}$. **8.** 5Ω .

Cvičení 3

1. A: $2000 \text{ }^\circ\text{C}$; **B:** $800 \text{ }^\circ\text{C}$. **2. A:** Obr. V-1; **B:** Obr. V-2. **3. A:** 32 J ; **B:** 95Ω . **4.** 220 kJ . Část elektrické práce se spotřebovala na Jouleovo teplo. **5.** 300 h . **6.** Elektron by získal poloviční rychlost a doba letu by byla dvojnásobná. Trajektorie by se nezměnila. **7.** $2 \cdot 10^5 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$. **8.** $2,5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$.



V-1



V-2

Cvičení 4

2. $2,0 \cdot 10^{-3} \text{ T}$; **A** ↖, **B** ↙, **Ba** ↘, **Bb** ↗. 3. **A**: $4,2 \text{ mN}$; **B**: 30° . 4. $0,45 \text{ N}$.
 5. 17 cm . 6. 77° . 7. 45° . 8. $13,6 \text{ A}$. 9. $0,4 \text{ mT}$. 10. $d_{13} = 5 \text{ cm}$; $d_{23} = 2 \text{ cm}$.
 11. $5,5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$. 12.

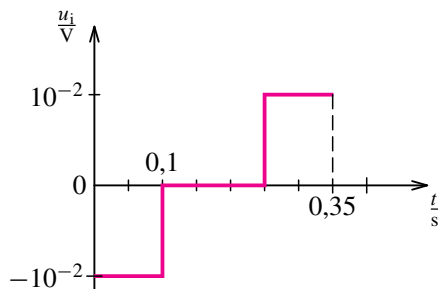
$$F_1 = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi} \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{2d} \right) = 2 \cdot 10^{-4} \text{ N};$$

$$F_2 = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi} \frac{2}{d} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ N};$$

$$F_3 = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi} \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{2d} \right) = 6 \cdot 10^{-4} \text{ N}.$$

Cvičení 5

2. **A**: 24 mV ; **B**: $U_{i1} = 2 \text{ V}$, $U_{i2} = -10 \text{ V}$. 3. **A**: 36 mH ; **B**: 24 V .
 4. $1,26 \cdot 10^{-6} \text{ C}$. 5. $0,25 \mu\text{A}$. 6. 10^{-9} J . 7. $2,0 \text{ A}$. 8. a) $0,5 \text{ A}$; b) $0,3 \text{ A}$;
 c) $0,7 \text{ A}$; $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ vpravo; ve směru indukčních čar. 9. $2,0 \cdot 10^{-7} \text{ C}$; + nahore.
 10. $I = \frac{Blv(R_1 + R_2)}{R_1 R_2 + R(R_1 + R_2)} = 0,2 \text{ A}$; $0,13 \text{ A}$; $0,07 \text{ A}$; $P = RI^2 = 0,12 \text{ W}$.
 11. Obr. V-3. 12. $L = \Delta E_m / (I \Delta I) = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ H}$.



Cvičení 6

1. **A**: 157Ω ; **B**: 160Ω . 2. **A**: $20 \mu\text{F}$; **B**: $0,5 \text{ H}$. 3. **A**: zmenší se o 30% ;
B: zvětší se o 40% . 4. $0,16 \text{ H}$. 5. 25Ω . 6. 1 A , 32 mA . 7. $35 \mu\text{F}$.
 8. $8 : 1$ (kapacitance); $1 : 2$ (induktance). 9. 250Ω ; $0,8 \text{ A}$; 160 V ; 120 V .
 10. $1,5 \text{ k}\Omega$; 712 Hz . 11. $0,5 \text{ H}$. 12. $1,6 \mu\text{F}$. 13. 1 mF ; $u = 10 \cos(10^3 \pi t) \text{ V}$.
 14. $C_2 = C_1 \left(\frac{f_1^2}{f_2^2} - 1 \right) = 3 \mu\text{F}$.

Cvičení 7

1. A: a) 230 V; 0,5 A; b) 50 Hz; c) 57 W; **B:** a) 120 V; 2 A; b) 50 Hz; c) 120 W.
3. 345 W. **4.** 30° . **5.** 598 W. **7.** $N_1 = 200$; $N_2 = 6\,600$. **8.** 22 A; 72 A.
9. 82 %. **10.** 7 V. **11.** 3 MW; 10,8 kW. **12.** 65°C .

Cvičení 8

1. A: 470 MHz; **B:** 0,32 m. **2. A:** 9 km; **B:** $80\,\mu\text{s}$. **3.** 3,87 km. **4.** 137 m;
2,47 m. **5.** 230 MHz. **6.** 2,8 m. **7.** 0,35 m; 39 mm. **8.** 160 m. **9.** $5\,000\,\text{s}^{-1}$.
10. 40; 37,5 km. **11.** $3,844 \cdot 10^8\,\text{m}$. **12.** $1,99 \cdot 10^8\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $2,52 \cdot 10^8\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.