

Cvičení 1 ELEKTRICKÝ NÁBOJ A ELEKTRICKÉ POLE

Příklad 1

Ve vzdálenosti 20 cm od středu nabité koule o poloměru 5 cm působí na zkušební náboj $q = +1,0 \text{ nC}$ přitažlivá síla velikosti $2,5 \cdot 10^{-5} \text{ N}$. Jaká je intenzita elektrického pole v místě zkušební náboje? Jakou intenzitu má pole v těsné blízkosti koule? Jaký náboj je na kouli?

Řešení

$$r = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}, q = 1,0 \text{ nC} = 1,0 \cdot 10^{-9} \text{ C}, R = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}, F_e = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ N}; E = ?, E_1 = ?, Q = ?$$

V místě zkušební náboje má intenzita elektrického pole velikost

$$E = \frac{F_e}{q} = \frac{2,5 \cdot 10^{-5} \text{ N}}{1,0 \cdot 10^{-9} \text{ C}} = 2,5 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}.$$

Velikost intenzity vně nabité koule je nepřímo úměrná druhé mocnině vzdálenosti od středu koule. V těsné blízkosti koule platí

$$E_1 = E \frac{r^2}{R^2} = 2,5 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1} \cdot 16 = 4,0 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}.$$

Náboj koule vypočteme pomocí Coulombova zákona:

$$|Q| = \frac{F r^2}{q k} = \frac{2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 4 \cdot 10^{-2}}{1,0 \cdot 10^{-9} \cdot 9 \cdot 10^9} \text{ C} = 1,1 \cdot 10^{-7} \text{ C} = 110 \text{ nC}.$$

Vzhledem k tomu, že na zkušební náboj působí přitažlivá síla směřující do středu koule, je náboj koule záporný.

Velikost intenzity elektrického pole v místě náboje q je $2,5 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$ a v těsné blízkosti koule $4,0 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$. Celkový náboj na kouli $Q = -110 \text{ nC}$.

Příklad 2

Mezi dvěma vodorovnými kovovými deskami vzdálenými od sebe 1,0 cm se v homogenním elektrickém poli vznáší olejová kapička o průměru $4,0 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$, jejíž náboj je pětinasobkem elementárního náboje. Hustota oleje je $920 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Jaké napětí je mezi deskami? Jak musíme napětí změnit, jestliže se náboj kapky zmenší o jeden elementární náboj?

Řešení

$d = 0,010 \text{ m}$, $D = 4,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}$, $\varrho = 920 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $N = 5$, $N_1 = 4$; $U = ?$, $U_1 = ?$

Na kapku působí tíhová síla a elektrická síla o velikostech

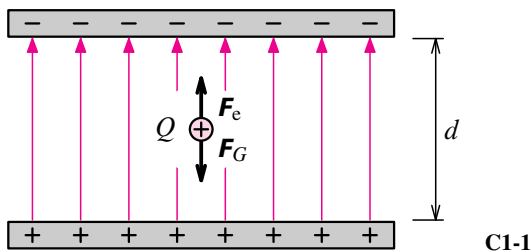
$$F_G = mg = \frac{1}{6} \pi D^3 \varrho g, \quad F_e = |Q|E = Ne \frac{U}{d}.$$

Rovnováha nastane, když $F_e = F_G$ (obr. C1-1). Po dosazení a úpravě dostáváme

$$\begin{aligned} U &= \frac{mgd}{Ne} = \frac{\pi D^3 \varrho g d}{6Ne} = \\ &= \frac{\pi (4,0 \cdot 10^{-6})^3 \cdot 920 \cdot 9,8 \cdot 0,010}{30 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ V} \doteq 3,8 \text{ kV}. \end{aligned}$$

Pokud se velikost náboje zmenší na $4e$, musíme zvětšit napětí na

$$U_1 = \frac{5}{4} U \doteq 4,7 \text{ kV}.$$



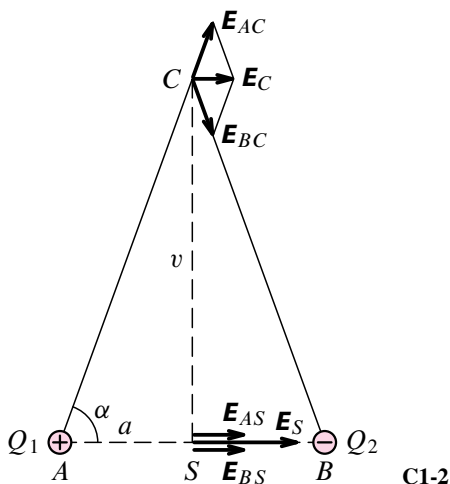
Kapka nesoucí náboj o velikosti $5e$ se bude vznášet, bude-li mezi deskami napětí přibližně 3,8 kV. Zmenší-li se velikost náboje na $4e$, musíme napětí zvětšit na 4,7 kV.

Poznámka: Přesné měření sil, které působí v homogenním elektrickém poli na drobné olejové kapičky s nábojem, provedl r. 1909 americký fyzik R. A. MILLIKAN [*miliken*] . Za toto měření obdržel v roce 1923 Nobelovu cenu. Svými pokusy potvrdil, že elektrický náboj je celistvým násobkem elementárního náboje a jeho hodnotu poprvé přímo změřil.

Příklad 3

Rovnoramenný trojúhelník ABC má základnu o velikosti $|AB| = 2a = 10 \text{ cm}$ a výšku $|SC| = v = 20 \text{ cm}$. Ve vrcholech A , B jsou umístěny bodové náboje $Q_1 = 100 \text{ nC}$ a $Q_2 = -100 \text{ nC}$ (obr. C1-2).

- a) Jaké jsou intenzity elektrického pole v bodě S uprostřed základny a ve vrcholu C ?
- b) Jak se změní obě intenzity, zvětšíme-li délku základny na 20 cm?



Řešení

$Q_1 = 100 \text{ nC}$, $Q_2 = -100 \text{ nC}$, $v = 0,20 \text{ m}$;

a) $2a = 0,10 \text{ m}$; $E_S = ?$, $E_C = ?$

b) $2a = 0,20 \text{ m}$; $E_S = ?$, $E_C = ?$

a) Intenzita výsledného elektrického pole v určitém bodě se určí jako vektorový součet intenzit polí obou nábojů

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_A + \mathbf{E}_B.$$

V bodě S platí

$$E_S = 2E_{AS} = 2 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{a^2} = 2 \cdot 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{1,0 \cdot 10^{-7}}{0,05^2} \text{ V} \cdot \text{m}^{-1},$$

$$E_S = 7,2 \cdot 10^5 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}.$$

V bodě C dostáváme

$$E_{AC} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{a^2 + v^2} = E_{BC},$$

$$E_C = 2E_{AC} \cos \alpha = \frac{2}{4\pi\epsilon_0} \frac{aQ_1}{(a^2 + v^2)^{1,5}},$$

$$E_C = 2 \cdot 9,0 \cdot 10^9 \frac{0,05 \cdot 1,0 \cdot 10^{-7}}{(0,05^2 + 0,2^2)^{1,5}} \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} =$$

$$= 1,0 \cdot 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}.$$

Velikost intenzity elektrického pole v bodě S je $E_S = 7,2 \cdot 10^5 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ a v bodě C je $E_C = 1,0 \cdot 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$.

b) Změníme-li vzdálenost AB na 20 cm, dostaneme $E_S = 1,8 \cdot 10^5 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$, $E_C = 1,6 \cdot 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$. V bodě S se tedy intenzita čtyřikrát zmenší, ale v bodě C se zvětší.

Příklad 4

Dvě rovnoběžné kovové desky o plošném obsahu $S = 4,0 \text{ dm}^2$ vzdálené od sebe 1,0 cm tvoří kondenzátor se vzduchovým dielektrikem. Jaká je jeho kapacita? Jaké náboje jsou na deskách, připojíme-li jej ke zdroji o napětí 1 000 V? Jakou silou na sebe tyto náboje působí?

Řešení

$$S = 0,040 \text{ m}^2, d = 0,010 \text{ m}, U = 1\,000 \text{ V}; C = ?, Q = ?, F = ?$$

Kapacita kondenzátoru je prakticky stejná, jako kdyby mezi deskami bylo vakuum,

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 4,0 \cdot 10^{-2}}{0,010} \text{ F} = 35 \text{ pF}$$

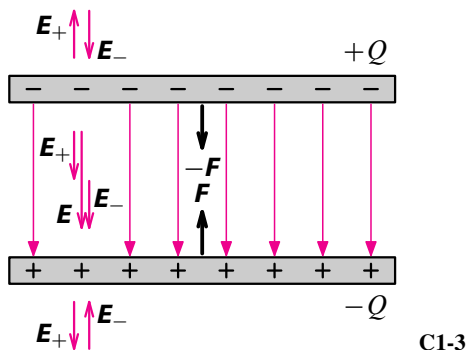
a náboje na deskách mají absolutní hodnotu

$$Q = UC = 1\,000 \cdot 35 \cdot 10^{-12} \text{ C} = 35 \text{ nC}.$$

Tyto náboje jsou na deskách rozloženy rovnoměrně a přitahují se, protože jsou nesouhlasné. Záporná deska kondenzátoru se nachází v poli kladné desky a naopak. Intenzita elektrického pole samotné kladné desky má poloviční velikost než výsledná intenzita elektrického pole mezi deskami kondenzátoru. Totéž platí o intenzitě elektrického pole samotné záporné desky. Mezi deskami se obě pole sčítají, vně kondenzátoru se ruší (obr. C1-3). Velikost síly, kterou působí pole jedné desky na druhou desku, určíme ze vztahu

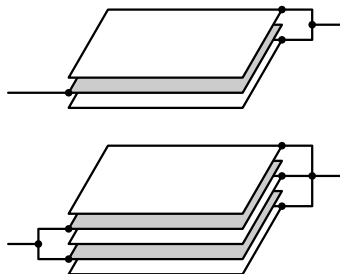
$$F = QE_+ = Q \frac{E}{2} = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ N}.$$

Kondenzátor má kapacitu 35 pF, na jeho deskách jsou náboje o velikosti 35 nC, které se přitahují silou o velikosti 1,8 mN.



Úlohy

- 1 Kolik elementárních nábojů je na osamocené kouli o poloměru 5,0 cm, je-li její potenciál 5,0 V? Jakou intenzitu má elektrické pole v její těsné blízkosti?
- 2 V bodech A , B vzdálených od sebe 20 cm jsou umístěny dva stejné bodové náboje $Q_1 = Q_2 = 1,0 \mu\text{C}$. Jakou práci musíme vykonat proti elektrickým silám, chceme-li do středu S úsečky AB přenést z velké vzdálenosti třetí, stejně velký náboj Q_3 ? Jakou práci musíme vykonat při dalším přemístění třetího náboje z bodu S do bodu C , který dělí úsečku AB v poměru 1 : 3? Jaká síla působí na náboj Q_3 v bodech S a C ? (Výsledný elektrický potenciál v poli nábojů Q_1 a Q_2 je součtem potenciálů v poli samotného náboje Q_1 a samotného náboje Q_2 .)
- 3 Vzduchové kondenzátory na obrázku C1-4 se liší jen počtem desek. V jakém poměru jsou jejich kapacity?



C1-4

Úlohy 4 a 5 řešte samostatně ve skupinách.

Skupina A

- 4** Jaké kapacity můžeme získat různým spojením čtyř stejných kondenzátorů o kapacitě $1,0 \mu\text{F}$?
- 5** Ke zdroji o napětí 60 V připojíme sériově kondenzátory o kapacitách $1,0 \mu\text{F}$ a $2,0 \mu\text{F}$. Jaké náboje a napětí budou na jednotlivých kondenzátorech? Který kondenzátor bude mít větší energii?

Skupina B

- 4** Jaké kapacity můžeme získat různým spojením tří kondenzátorů o kapacitách $1,0 \mu\text{F}$, $2,0 \mu\text{F}$ a $4,0 \mu\text{F}$?
- 5** Pět stejných kondenzátorů o kapacitě $10,0 \mu\text{F}$ připojíme sériově ke zdroji o napětí 100 V . Jaké náboje budou na kondenzátorech? Jakou celkovou energii kondenzátory získají?