

Pohyb v centrálním gravitačním poli

Pohyby těles ve Sluneční soustavě

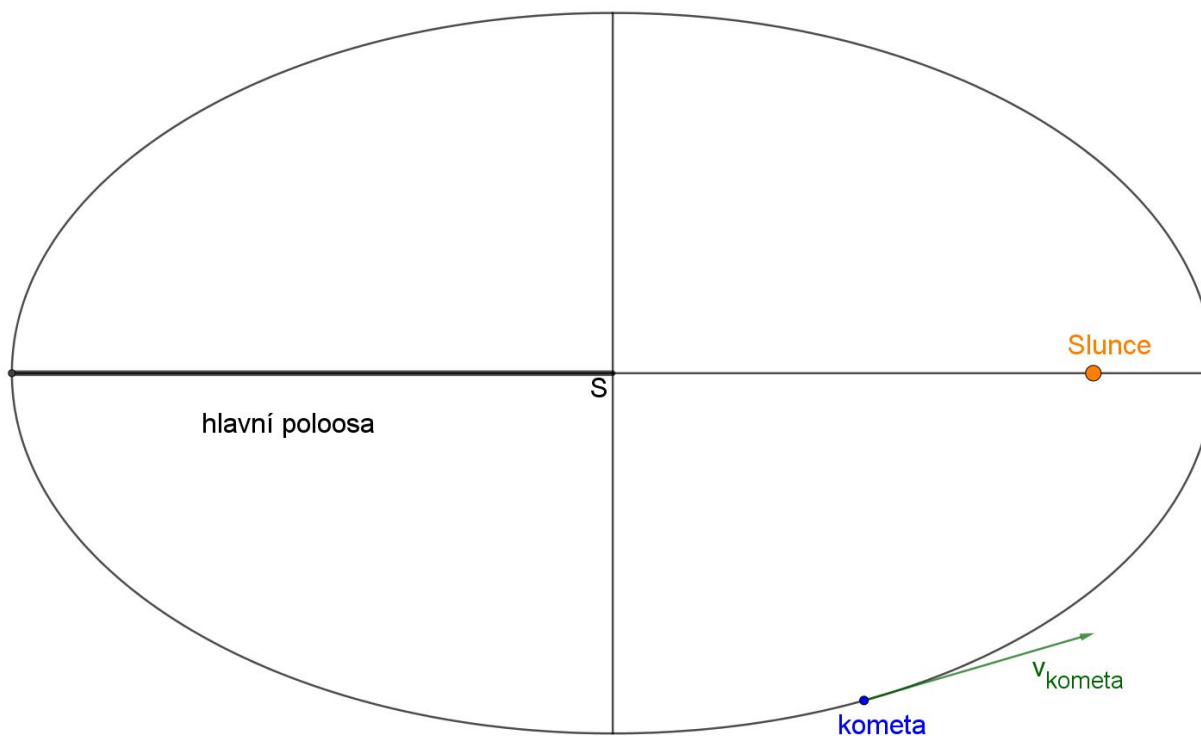
Pohyb kruhovou rychlostí

- pohybuje-li se družice v gravitačním poli velmi těžkého tělesa (Země, Slunce, Jupitera, černé díry...) ve vzdálenosti r od jeho středu tzv. kruhovou rychlostí, obíhá družice kolem tělesa po **kružnici**
- Závislost kruhové rychlosti na r :

$$v_k = \sqrt{\frac{\kappa \cdot M}{r}}$$

Co když $v_{\text{družice}} > v_k$?

- pohybuje-li se družice o málo vyšší rychlostí, než je kruhová rychlost, obíhá po tzv. **elipse**, v jejímž **ohnisku** je obíhané těleso (např. Země, Slunce...)



Úniková rychlost

- při určité počáteční rychlosti, kterou nazýváme **úniková rychlost**, již družice kolem tělesa neobíhá, pohybuje se po tzv. **parabole** a „uniká“ vlivu gravitačního pole
- vztah únikové rychlosti a kruhové rychlosti:

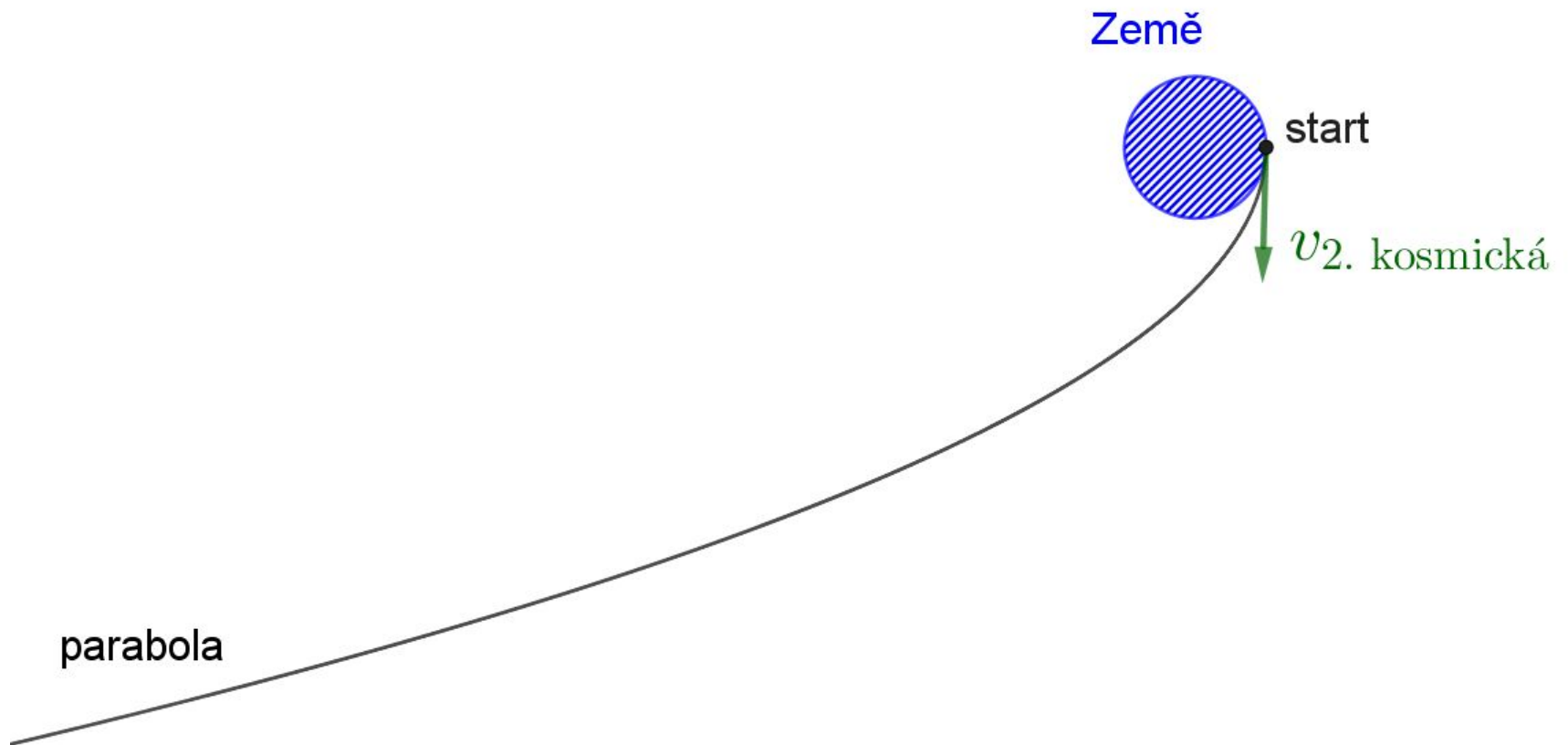
$$v_u = \sqrt{2 \cdot \frac{\kappa M}{r}} = \sqrt{2} \cdot v_k$$

Tedy družice, která ve vzdálenosti r od středu obíhaného tělesa nabyde rychlost $\sqrt{2} \cdot v_k$, přestává obíhat a „unikne“ dosahu gravitačního pole po parabole.

Úniková rychlost

- úniková rychlost na povrchu Země:
 - tzv. **2. kosmická rychlost**
 - $v_{2.K} = \sqrt{2} \cdot v_{1.K} \approx \sqrt{2} \cdot 7,9 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \approx 11,2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$
 - rychlost potřebná k „úniku“ gravitačnímu vlivu Země
- rychlost nutná k opuštění sluneční soustavy:
 - rychlost, které musí dosáhnout těleso „vystřelené“ ze Země, má-li opustit sluneční soustavu, tedy uniknout z dosahu gravitačního pole Slunce (tzv. **3. kosmická rychlost**)

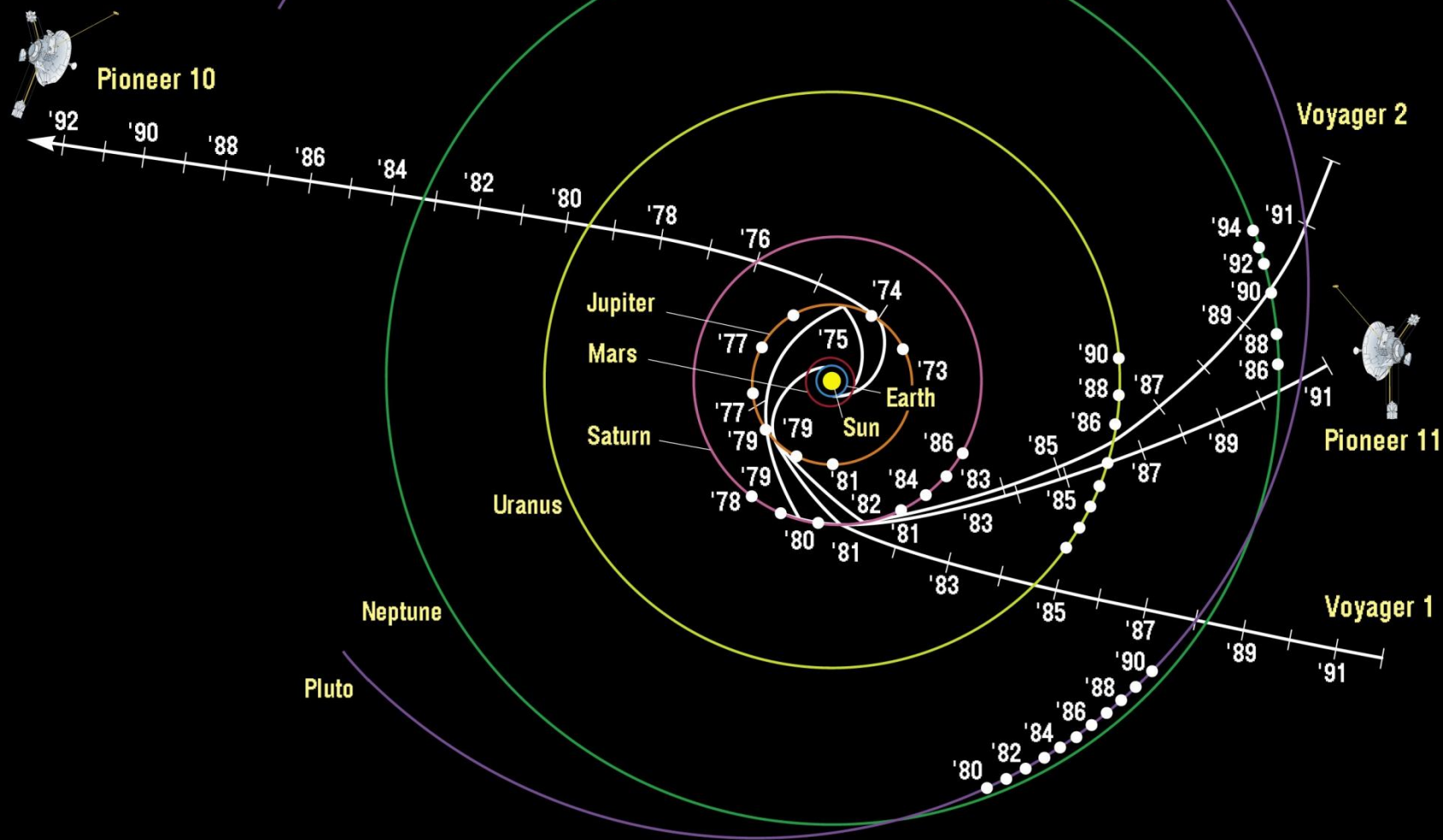
2. kosmická rychlost



3. kosmická rychlost

- několik člověkem vyrobených těles již dosáhlo 3. kosmické rychlosti a opouští sluneční soustavu (sondy Pioneer, Voyager, New Horizons)
- velikost 3. kosmické rychlosti ovlivňuje několik faktorů:
 - úniková rychlost ve vzdálenosti Země – Slunce: cca $42,1 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$
 - oběh Země kolem Slunce: cca $29,8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ (snižuje 3. k. r.)
 - Gravitační pole Země (zvyšuje 3. k. r.)
 - Rotace země (snižuje 3. k. r.)
 - **výsledná hodnota: $16,7 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ vůči povrchu Země**

Viewed down from
north ecliptic pole

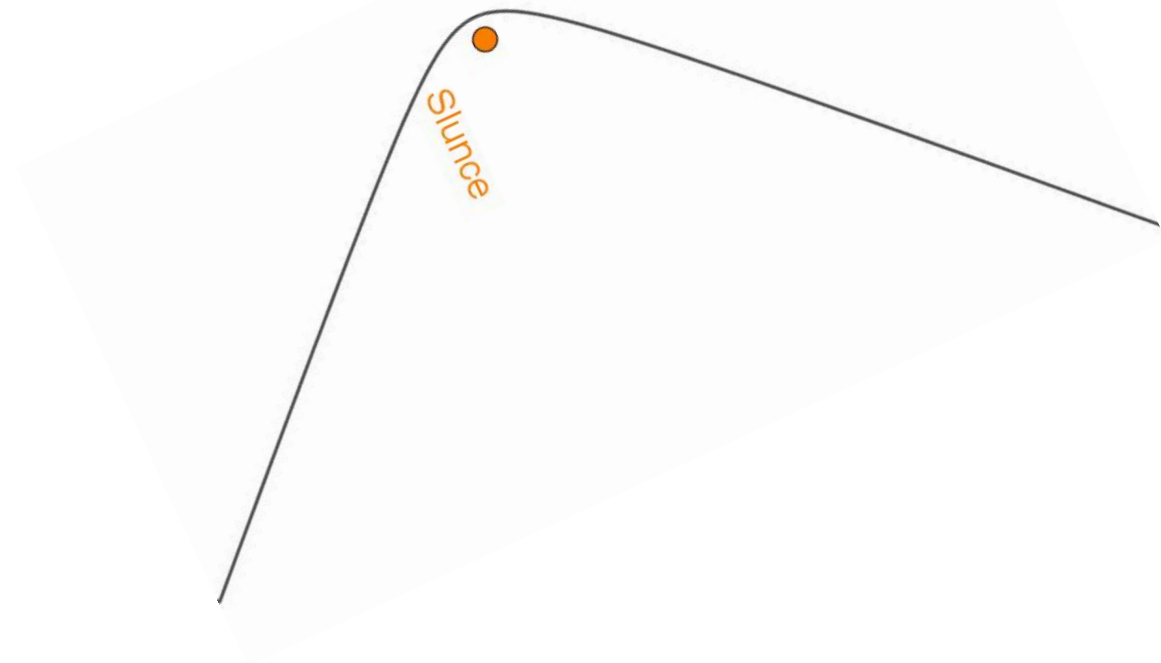


Zajímavost: Proč je černá díra černá?

- černé díry jsou objekty s velmi vysokou hmotností, které nevyzařují ani neodrážejí světlo
- jde o závěrečnou fázi života velice hmotných hvězd, kdy je jejich hmota stlačena gravitačním působením do velice malého poloměru
- **úniková rychlost** na povrchu černé díry je **vyšší než rychlost světla** ($300\,000\text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$)

Co když je rychlost vyšší než úniková?

- dosáhne-li těleso v centrálním gravitačním poli vyšší než únikové rychlosti, pohybuje se po
tzv. **hyperbole**



Keplerovy zákony

Keplerovy zákony

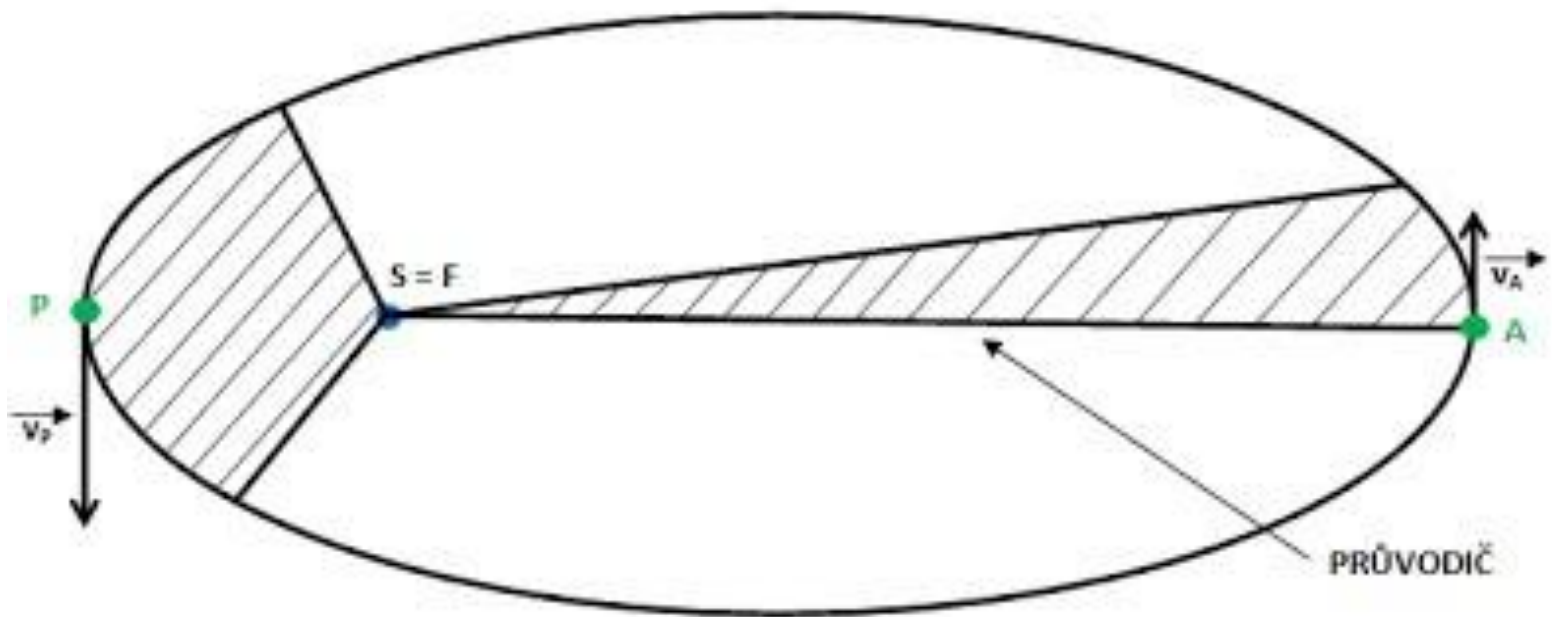
- Zákonitosti pohybu těles kolem velice hmotného centra (původně planet kolem Slunce)
- formuloval je astronom **Johannes Kepler** roku 1609 po několika letech pozorování a práce v Praze
- Odpovídají na 3 otázky:
 - Po jakých trajektoriích planety (a jiná tělesa) obíhají?
 - Jakou rychlostí se planety na své trajektorii pohybují?
 - Jak souvisí vzdálenost planety od Slunce s její oběžnou dobou?

1. Keplerův zákon

*„Planety se pohybují kolem Slunce po elipsách **málo odlišných kružnic**, v jejichž společném ohnisku je Slunce.“*

2. Keplerův zákon

„Obsahy ploch opsaných průvodičem planety za jednotku času jsou konstantní.“



Vysvětlení 2. Keplerova zákona

- můžeme využít zákon zachování mechanické energie ($E_k + E_p = konst.$)
 - při velké vzdálenosti od Slunce má planeta velkou potenciální energii, musí tedy mít menší kinetickou energii a pohybuje se pomaleji
 - při menší vzdálenosti je naopak potenciální energie menší, kinetická energie vyšší – je tedy vyšší i rychlost

3. Keplerův zákon

„Poměr druhých mocnin oběžných dob dvou planet se rovná poměru třetích mocnin hlavních poloos jejich trajektorií.“

Pro dvě planety 1 a 2 tedy platí:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

$a...$ délka hlavní poloosy (můžeme vzít střední vzdálenost planety od Slunce, protože planety se pohybují přibližně po kružnicích)

$T ...$ doba jednoho oběhu kolem Slunce (na Zemi jeden rok)

Vzdálenost Země od Slunce

- střední vzdálenost Země od Slunce je přibl. 150 000 000 km
 - tuto vzdálenost nazýváme **astronomická jednotka** (AU – *astronomical unit*)
- vzdálenosti ve Sluneční soustavě obvykle udáváme právě pomocí AU (kilometr je příliš malý)

Příklad

- Jupiter oběhne kolem Slunce za 12 let. Jaká je jeho vzdálenost od Slunce v astronomických jednotkách?
- Řešení: Porovnáním se Zemí.
 - $T_{Země} = 1$ rok, $a_{Země} = 1$ AU, $T_{Jupiter} = 12$ let

$$\frac{T_{Země}^2}{T_{Jupiter}^2} = \frac{a_{Země}^3}{a_{Jupiter}^3}$$

$$a_{Jupiter} = \sqrt[3]{a_{Země}^3 \cdot \frac{T_{Jupiter}^2}{T_{Země}^2}}$$

$$a_{Jupiter} = \sqrt[3]{1^3 \cdot \frac{12^2}{1^2}} \text{ AU} = \sqrt[3]{144} \text{ AU} \approx \mathbf{5,2 \text{ AU}}$$